

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS**  
**CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CONSTRUÇÃO CIVIL**

**COMPORTAMENTO DE VIGAS PROTENDIDAS**  
**PRÉ-MOLDADAS COM LIGAÇÕES SEMI-RÍGIDAS**

**Bruna Catoia**

**Dissertação apresentada à Universidade  
Federal de São Carlos como parte dos  
requisitos para a obtenção do título de  
Mestre em Construção Civil**

**Orientador: Prof. Dr. Marcelo de  
Araujo Ferreira**

**São Carlos**

**2007**

**Ficha catalográfica elaborada pelo DePT da  
Biblioteca Comunitária da UFSCar**

C366cv

Catoia, Bruna.

Comportamento de vigas protendidas pré-moldadas com ligações semi-rígidas / Bruna Catoia. -- São Carlos : UFSCar, 2007.

149 f.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal de São Carlos, 2007.

1. Concreto pré-moldado. 2. Ligações viga-pilar. 3. Ligações semi-rígidas. 4. Vigas protendidas de concreto. 5. Rigidez à flexão. I. Título.

CDD: 624.183414 (20<sup>a</sup>)



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS**  
Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia  
Departamento de Engenharia Civil  
**Programa de Pós-Graduação em Construção Civil**  
Via Washington Luís, Km 235 - CEP: 13.565-905 - São Carlos/SP/Brasil  
Fone(16) 3351-8262- Ramal: 232 - Fax (16) 3351-8259  
Site: [www.deciv.ufscar.br/ppgciv](http://www.deciv.ufscar.br/ppgciv) Email: [ppgciv@power.ufscar.br](mailto:ppgciv@power.ufscar.br)

**“COMPORTAMENTO DE VIGAS PROTENDIDAS PRÉ-MOLDADAS COM  
LIGAÇÕES SEMI-RÍGIDAS”**

**BRUNA CATOIA**

Dissertação de Mestrado defendida e aprovada em 28 de fevereiro de 2007  
Banca Examinadora constituída pelos professores

Prof. Dr. Marcelo de Araújo Ferreira - Departamento de Engenharia Civil/UFSCar  
Orientador

Prof. Dr. Roberto Chust Carvalho - Departamento de Engenharia Civil/UFSCar  
Examinador Interno

Prof. Dr. Ângelo Rubens Migliore Jr. - Departamento de Engenharia Civil/Barretos  
Examinador Externo

À minha mãe Lucia  
e ao meu pai Roberto  
dedico esse trabalho,  
com todo amor.

## **AGRADECIMENTOS**

---

Ao “Senhor” por estar ao meu lado em todos os momentos.

Aos meus pais Lucia Helena Catoia e Roberto Carlos Catoia, exemplos de união coragem e amor agradeço de coração por todo o esforço e empenho dedicados a mim.

Ao meu orientador, Marcelo de Araújo Ferreira, exemplo de profissional e pessoa, pelo indispensável apoio, amizade e compreensão, durante esse período.

Ao meu namorado Fernando Periotto, pela indispensável contribuição para a preparação dos modelos e realização dos ensaios, por estar sempre presente e disposto a contribuir seja qual for o trabalho, pelo amor dedicado a mim e pela incansável luta para tornar as coisas mais simples.

Ao meu amigo e irmão Thiago Catoia pela contribuição nos ensaios experimentais dos modelos, pela realização dos ensaios dos corpos-de-prova para a caracterização dos materiais e por sempre estar pronto a me auxiliar sempre que preciso, seja qual for a hora e o lugar.

À minha verdadeira amiga e querida irmã Micheli Catoia, sempre presente em todos os momentos da minha vida, contribuindo com todo seu amor e carinho.

Aos meus irmãos, Denise Aparecida Pim e Fabio Rodrigues Pim, pelo apoio e amor sempre dedicados a mim.

À Regina Candeloro Grabarz, pelo apoio e pelas contribuições oferecidas na realização dos ensaios experimentais.

Ao amigo Isaías de Oliveira Júnior, quem nunca esquecerei, por ser tão especial, pelo companheirismo dedicado a minha família, contagiando a todos com sua serenidade e amor ao próximo.

Ao meu amigo Marcelo Cover, pelo carinho destinado à minha família e por me proporcionar momentos especiais.

Ao professor e grande amigo Roberto Chust Carvalho, por estar sempre presente e contribuir com sua sabedoria e experiência indispensáveis a realização desse trabalho.

Aos professores do Programa de Pós-Graduação em Construção Civil da UFSCar, especialmente ao professor Guilherme Ariz Parsekian, por me apoiar sempre que precisei, e ao professor Sydney Furlan pelas contribuições no exame de qualificação.

Ao professor Jefferson Benedicto Libardi Liborio, por conceder o Laboratório de Materiais Avançados à Base de Cimento (LMABC) da Escola de Engenharia de São Carlos (EESC), do Departamento de Estruturas (SET) da Universidade de São Paulo (USP), para a realização dos ensaios de caracterização dos materiais.

Aos funcionários do PPGCIV-UFSCar, em especial a Solange, sempre disposta e preocupada com o bem-estar de todos.

Ao Luiz Vareda, pelas informações necessárias à utilização do sistema de aquisição de dados.

Aos colegas do NETPRE, Carlos Alberto, Abner, Marcela e em especial ao Altibano, Fábio e Leonardo pela grande contribuição ao longo desse trabalho.

Ao amigo Marcelo Cuadrado, pelo apoio e grande empenho para o fornecimento das peças utilizadas nos ensaios.

À FAPESP, pela bolsa e pelo apoio financeiro concedido a presente pesquisa.

À LEONARDI CONSTRUÇÃO INDUSTRIALIZADA de São Paulo, pela doação das vigas protendidas e corpos-de-prova, utilizados nessa pesquisa.

Ao Ângelo Rubens Migliore Jr., por sua contribuição no detalhamento do modelo.

À ABCIC, pela doação do laboratório do NETPRE, possibilitando a realização dos ensaios físicos necessários a presente pesquisa.

## RESUMO

---

CATOIA, B. **Comportamento de vigas protendidas pré-moldadas com ligações semi-rígidas**. São Carlo. 2007. 149f. Dissertação (Mestrado em construção civil) – Universidade Federal de São Carlos. São Carlos, 2007

O comportamento das vigas pré-moldadas de concreto protendido é diretamente afetado pela relação momento-rotação do apoio. Dessa forma, embora a viga protendida apresente um comportamento linear, o comportamento conjunto viga e ligações, é determinado pela não linearidade das ligações. Os estudos experimentais existentes sobre o comportamento das ligações semi-rígidas em estruturas pré-moldadas têm se restringido a caracterização da rigidez à flexão de maneira isolada, devido principalmente à falta de uma metodologia experimental que integre parâmetros teóricos de controle, como o fator de restrição à rotação  $\alpha_R$  e o procedimento *Beam-line*. Na presente pesquisa, desenvolveu-se um procedimento experimental, através do qual foi possível integrar diversos equacionamentos teóricos, que levam em consideração diferentes parâmetros para a análise dos resultados. Com a investigação experimental do comportamento conjunto de uma viga pré-moldada de concreto protendido e de suas ligações viga-pilar de extremidade, a partir de ensaios físicos de dois modelos, foi possível estimar o engastamento parcial nas ligações viga-pilar. Foram ensaiados dois modelos, sendo um composto por uma viga protendida com ligações semi-rígidas, e o outro composto por uma viga protendida bi-apoiada, ainda que em caráter exploratório. Com base nas análises dos resultados experimentais obtidos para os modelos estudados, o engastamento parcial efetivo da ligação, ou seja, a capacidade de restrição à rotação da ligação viga-pilar de extremidade, no Estado Limite Último, foi estimada como sendo um valor entre 60% e 70%, apresentando, assim, um bom desempenho. Embora tais resultados sejam restritos aos momentos negativos, acredita-se que essa ligação possui um elevado potencial para aplicação em pórticos, na medida em que o detalhe utilizado na interface entre a viga e o pilar possibilitou uma maior capacidade de restrição ao giro da ligação.

*Palavras-chave:* ligações viga-pilar, ligações semi-rígidas, vigas protendidas, rigidez à flexão.

## **ABSTRACT**

---

CATOIA, B. **Behaviour of prestressed precast beams with semi-rigid connections.** São Carlos. 2007. 149f. Dissertação (Mestrado em construção civil) – Universidade Federal de São Carlos. São Carlos, 2007.

The behaviour of prestressed precast beams is directly affected by the rotational stiffness of the end connections. Although the prestressed beam presents a linear behaviour in service, the effective behaviour of the precast beam depends on the interaction of the beam with the behaviour of its connections. The majority of the experimental investigations on semi-rigid connections in precast concrete structures are focused on the testing of isolated models of connections aiming to the characterization of their moment-rotation relationships. However, the effective behaviour of precast beams with semi-rigid connections can only be determined through tests of precast subframes, wherein the interaction of the beam with its connections can be evaluated. The present research presents a development of an experimental procedure for testing of precast subframes with semi-rigid connections, which integrates analytical equations, allowing estimate the partial restrained moment at the beam-column connections. Using this approach, this research presents the results of an experimental investigation. With the experimental inquiry of the prestressed beam behavior together with the beam-column connections of extremity, through physical tests, was possible esteem the partial restrained in the beam-column connections, despite in exploratory character. Were testing two models, being one compose for a prestressed beam with semi-rigid connections, and the other compose for a simply supported prestressed beam. With the analyses of the experimental results for the studied models, the effective restrained of the connections, in other words, the capacity of restriction to the rotation of beam-column connections of extremity in the U.L.S, was esteem as being a value between 60% and 70%, presenting, thus, a good performance. Although these results are restricted to the negative moments, it gives credit that these connections possess one high potential for application in porches, because the detail used in the interface between the beam and the column made possible a bigger capacity of restriction to the rotation of the connection.

*Keywords: beam-column connections, semi-rigid connections, prestressed beams, flexural stiffness.*

# SUMÁRIO

---

LISTA DE FIGURAS.....	i
LISTA DE TABELAS.....	v
LISTA DE SÍMBOLOS.....	vi
1. INTRODUÇÃO.....	1
1.1 Importância do Estudo das Ligações entre os Elementos Pré-Moldados.....	6
1.2 Objetivos.....	7
1.3 Metodologia.....	7
1.4 Apresentação da Dissertação.....	9
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	11
2.1 Considerações Iniciais.....	11
2.2 Estudos Encontrados na Literatura.....	14
2.3 Ligações Viga-Pilar.....	28
2.3.1 Zonas de Distúrbio em Ligações.....	30
2.3.2 Mecanismos de Deformação das Ligações Viga-Pilar.....	32
2.3.3 Fator de Restrição à Rotação $\alpha_R$ .....	34
2.3.4 Classificação das Ligações Viga-Pilar.....	35
2.3.5 Determinação Teórica da Relação Momento-Rotação.....	41
2.3.6 Método <i>Beam-Line</i> .....	47
2.4 Tipologia de Ligações Viga-Pilar.....	50
2.4.1 Tipologias de Ligações Semi-Rígidas.....	51
2.5 Exemplos de Ligações Viga-Pilar.....	53
2.6 Concreto Protendido: Vantagens e Desvantagens.....	56
2.7 Classificações do Concreto Protendido.....	57
2.7.1 Classificação quanto a Aderência.....	57
2.7.2 Classificação Quanto à Intensidade de Protensão.....	60
2.8 Estados Limites.....	61
2.9 Vigas.....	62
2.9.1 Considerações Gerais.....	62
2.9.2 Vigas Protendidas.....	63
2.9.3 Cisalhamento em Vigas.....	64
2.10 Tipologias de Vigas Protendidas.....	66
2.11 Influência das Ligações Semi-Rígidas no Comportamento da Viga.....	67
3. PROGRAMA EXPERIMENTAL.....	74
3.1 Objetivos do Programa Experimental.....	74
3.2 Detalhamento do Programa Experimental.....	74
3.2.1 Descrição dos Modelos.....	74
3.2.2 Características dos Materiais.....	82
3.2.3 Confeção, Transporte e Montagem dos Modelos.....	91
3.2.4 Instrumentação.....	100
3.3 Metodologia Experimental.....	110
3.4 Resultados Experimentais.....	116
3.4.1 Modelo BA.....	116
3.4.2 Modelo SR.....	122
3.5 Análise dos Resultados Experimentais.....	127

3.5.1	Comparações.....	138
4.	CONCLUSÕES .....	140
4.1	Considerações Gerais.....	140
4.2	Cumprimento dos Objetivos .....	141
4.3	Avanços em Relação a Trabalhos Anteriormente Realizados .....	143
4.4	Sugestões para Trabalhos Futuros .....	144
4.5	Considerações Finais .....	144
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	146
	APÊNDICE A .....	1
	APÊNDICE B .....	1
	APÊNDICE C .....	1
	APÊNDICE D .....	1
	APÊNDICE E .....	1

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1-1: Esquema da ligação viga-pilar em estudo.....	5
Figura 2-1: Tipos de ligações viga-pilar, a) ligação viga-pilar com consolo embutido em pilar contínuo, b) viga-pilar sobre consolo aparente, c) vigas e pilares descontínuos, d): pilar descontínuo com viga contínua. [FIB (2003)].....	12
Figura 2-2: Exemplo de estrutura pré-moldada em esqueleto para múltiplos pavimentos. [FIB (2003)].....	12
Figura 2-3: Ligação BC15. [DOLAN <i>et al</i> (1987)].....	15
Figura 2-4: Ligação BC16A. [DOLAN <i>et al</i> (1987)].....	16
Figura 2-5: Ligação CC1. [DOLAN <i>et al</i> (1987)].....	16
Figura 2-6: Ligação BC25. [DOLAN <i>et al</i> (1987)].....	17
Figura 2-7: Ligação BC26. [DOLAN <i>et al</i> (1987)].....	17
Figura 2-8: Ligação BC27. [DOLAN <i>et al</i> (1987)].....	17
Figura 2-9: Ligação BC28 e BC29. [DOLAN <i>et al</i> (1987)].....	18
Figura 2-10: Ligação viga-pilar do tipo 1. [DARDARE & COMAIR (1992)].....	20
Figura 2-11: Esquema da ligação do tipo 2. [CHEFDEBIEN (1998)].....	20
Figura 2-12: Ligações viga-pilar utilizadas na Inglaterra. [ELLIOTT <i>et al</i> (1998)].....	21
Figura 2-13: Carregamento da estrutura. [ELLIOTT (2003)].....	22
Figura 2-14: Ligações viga-pilar ensaiadas por KERONEN (1996).....	24
Figura 2-15: Ligações viga-pilar estudadas por FERREIRA (1999).....	25
Figura 2-16: Segundo tipo de ligação ensaiado por MIOTTO (2002).....	26
Figura 2-17: Arranjo do ensaio à flexão para a ligação viga-pilar. [SOUZA (2006)].....	27
Figura 2-18: Instrumentação do modelo. [(SOUZA (2006)].....	27
Figura 2-19: Região da ligação viga-pilar. [FIB (2003)].....	30
Figura 2-20: Exemplos de zonas de distúrbio em elementos pré-moldados. [FIB (2003)].....	31
Figura 2-21: Mecanismos de deformação em ligações com armadura de continuidade a) Mecanismo de abertura de junta; b) Mecanismo de formação de rótula plástica. [FERREIRA (2001)].....	32
Figura 2-22: Mecanismos de fissuração em ligações com armadura de continuidade. [PCI (1986)].....	33
Figura 2-23: Esquema da ligação ensaiada em FERREIRA (2001).....	34
Figura 2-24: Fissuras nas vigas ensaiadas em FERREIRA (2001).....	34
Figura 2-25: Fator de restrição à rotação. [NBR 9062:2006].....	35
Figura 2-26: Classificação de ligações resistentes à flexão como rígidas, semi-rígidas ou articuladas segundo o Manual de Ligações Estruturais da FIB ( <i>draft</i> 2003).....	36
Figura 2-27: Ligação considerada como semi-rígida segundo o Manual de Ligações da FIB ( <i>draft</i> 2003).....	37
Figura 2-28: Casos extremos de comportamento mecânico: a) ligações com pouca armadura de continuidade, onde a rotação se concentra na interface viga-pilar. b) ligações com resistência à flexão da mesma ordem do elemento estrutural, onde as fissuras são espalhadas em toda a região da ligação na extremidade da viga. [FERREIRA & ELLIOTT (2002) e FIB (2003)].....	38
Figura 2-29: Sistema de classificação para ligações semi-rígidas. [FERREIRA (2003)].....	40
Figura 2-30: Rigidez secante para a relação momento-rotação. [FERREIRA (2003)].....	43
Figura 2-31: Regiões de distúrbio na extremidade de ligações viga-pilar. [FERREIRA (2001)].....	45

Figura 2-32: Variações na consideração do comprimento de embutimento $\lambda_e$ . [FERREIRA (2001)].....	46
Figura 2-33: Curva momento fletor-rotação. [MIOTTO (2002)].....	47
Figura 2-34: Retra Beam-Line com a curva Momento-rotação da ligação. [FERREIRA (1999)].....	48
Figura 2-35: Ilustração do comportamento de diferentes ligações, com ruptura na ligação (ligação B) e com ruptura na viga (ligação A).....	49
Figura 2-36: Obtenção dos valores $\phi_{lig}$ e $M_{lig}$ através da rigidez secante da ligação semi-rígida. ....	49
Figura 2-37: Configurações da ligação viga-pilar. [PCI (1988)].....	50
Figura 2-38: Ligação viga-pilar semi-rígida com consolo e chumbador. [Projeto Jovem Pesquisador – UFSCar (2003)].....	51
Figura 2-39: Ligação viga-pilar com consolo metálico embutido. [Projeto Jovem Pesquisador - UFSCar (2003)] .....	52
Figura 2-40: Ligações viga-pilar com chapas soldadas com inserto no concreto. [EL DEBS (2000)].....	52
Figura 2-41: Ligação viga-pilar com solidarização da armadura. [EL DEBS (2000)].....	53
Figura 2-42: Ligação semi-rígida por meio de protensão. [EL DEBS (2000)] .....	53
Figura 2-43: Ligação viga-pilar com chapa soldada e solidarização no canteiro. ....	54
Figura 2-44: Detalhe da ligação viga-pilar com chapa soldada e armadura de continuidade..	54
Figura 2-45: Ligação viga-pilar com armadura de continuidade solidarização no canteiro....	55
Figura 2-46: Ligações com consolo metálico embutido. [(TRENT CONCRETE, UK)].....	55
Figura 2-47: Espalhamento das tensões de tração em uma viga protendida.....	64
Figura 2-48: Esquema da seção transversal da viga retangular e da viga “T” invertido. ....	66
Figura 2-49: Estado de fissuração de vigas articuladas e vigas com ligações semi-rígidas [SOUZA (2006)]......	68
Figura 2-50: Esquema da formação da biela comprimida em uma viga bi-apoiada.....	69
Figura 2-51: Esquema da introdução de tensões de compressão devido à protensão.....	69
Figura 2-52: Esquema da concentração de tensões de compressão devido à ligação semi-rígida. ....	70
Figura 2-53: Efeito da ligação no comportamento da viga. [adaptado de FERREIRA (1999)].....	71
Figura 2-54: Efeito das Ligações semi-rígidas nas vigas.....	72
Figura 3-1: Esquema do modelo BA. ....	75
Figura 3-2: Esquema do modelo SR. ....	75
Figura 3-3: Fôrma e detalhamento dos elementos de pilar em “L”, presentes no modelo SR.	76
Figura 3-4: Detalhe do consolo e suas armaduras (Modelo SR) .....	77
Figura 3-5: Pré-vigas fabricadas pela empresa Leonardi.....	78
Figura 3-6: Vigas após concretagem de suas camadas superiores.....	78
Figura 3-7: Fôrma da viga pré-moldada protendida utilizada para compor os modelos BA e SR.....	80
Figura 3-8: Detalhamento da armação da viga pré-moldada protendida utilizada para compor os modelos BA e SR. ....	81
Figura 3-9: Corpos-de-prova submetidos à cura por imersão.....	84
Figura 3-10: Faceador para corpo-de-prova utilizado para a etapa de retificação.....	84
Figura 3-11: Corpos-de-prova após o processo de retificação.....	85
Figura 3-12: Prensa servo-hidráulica. ....	85
Figura 3-13: Ensaio de compressão axial simples. ....	86

Figura 3-14: Ensaio para determinação do módulo de elasticidade do concreto moldado no local.....	87
Figura 3-15: Ensaio de compressão axial simples em corpo-de-prova composto pelo graute utilizado.....	89
Figura 3-16: Ensaio para a determinação do módulo de elasticidade do graute empregado...89	
Figura 3-17: Protensão das armaduras empregadas nas vigas referentes a presente pesquisa.91	
Figura 3-18: a) Pista de protensão; b) e c) Disposição das armaduras; d) Indicação do isolamento das armaduras de protensão na extremidade das vigas. ....	92
Figura 3-19: Produção dos trechos de pilares.....	92
Figura 3-20: Concretagem das vigas protendidas estudadas. ....	93
Figura 3-21: Chegada das vigas e transporte interno.....	93
Figura 3-22: Preparação dos consolos para o posicionamento da viga. ....	94
Figura 3-23: Posicionamento da viga sobre os consolos. ....	94
Figura 3-24: a) colocação do graute na betoneira; b) homogeneização dos componentes juntamente com a água utilizada; c) detalhe do graute pronto; d) aplicação do graute na junta entre viga e pilar; e) modelo após o grauteamento da junta e dos chumbadores.....	95
Figura 3-25: a) Rosqueamento de dispositivos metálicos em luvas existentes no interior do pilar; b), e c) rosqueamento das armaduras negativas nos dispositivos metálicos, através das luvas presentes na extremidade das armaduras.....	96
Figura 3-26: a) Montagem das fôrmas do modelo SR; b) montagem da fôrma do modelo BA.....	96
Figura 3-27: a), b) e c) Concretagem do modelo SR; d), e) e f) Concretagem do modelo BA; g) e h) Colocação de desmoldante em corpos-de-prova; i) moldagem de corpo de prova.....	97
Figura 3-28: Etapa de cura dos modelos realizados na presente pesquisa.....	98
Figura 3-29: a) Modelo SR após desfôrma; b) modelo BA após a desforma; c) desforma dos corpos-de-prova. ....	98
Figura 3-30: Posicionamento do pórtico para a realização dos ensaios.....	98
Figura 3-31: Camada de graute realizada para o adequado apoio dos pilares. ....	99
Figura 3-32: a) Mecanismo de contraventamento dos pórticos laterais; b) detalhe do dispositivo metálico soldado na canaleta, necessário a fixação da parte inferior das barras...99	
Figura 3-33: Colocação do mecanismo utilizado para garantir o travamento da “cabeça” dos pilares.....	100
Figura 3-34: Arranjo do ensaio à flexão para a caracterização da viga protendida.....	101
Figura 3-35: Arranjo do ensaio à flexão para a avaliação do efeito da ligação viga-pilar na resposta da rigidez da viga pré-moldada de concreto. ....	101
Figura 3-36: a) Colagem do Strain Gage; b) envolvimento do Strain Gage com fita isolante de alta fusão, e fita isolante; c) ligação do fio do extensômetro ao fio condutor; d) teste para verificação da passagem de corrente.....	102
Figura 3-37: Aplicação do carregamento na viga em dois pontos localizados.....	102
Figura 3-38: Instrumentação do modelo BA (composto por uma viga bi-apoiada) .....	105
Figura 3-39: Detalhe do apoio das extremidades da viga bi-apoiada.....	105
Figura 3-40: Posicionamento dos transdutores utilizados no modelo BA (viga bi-apoiada).106	
Figura 3-41: Detalhe do posicionamento dos extensômetros elétricos de base removível no modelo BA.....	106
Figura 3-42: Detalhe do posicionamento dos transdutores e clinômetro para a obtenção da rotação na extremidade do modelo BA.....	107
Figura 3-43: Instrumentação do modelo SR (composto por uma viga com ligações semi-rígidas). ....	107
Figura 3-44: Posicionamento do transdutor e relógio, utilizados para obtenção da flecha no modelo SR.....	108

Figura 3-45: Posicionamento dos extensômetros elétricos de base removível, no modelo SR.	108
Figura 3-46: Posicionamento dos transdutores e clinômetro na extremidade da viga com ligações.	109
Figura 3-47: Localização e detalhe do sistema de aquisição de dados utilizado na realização dos ensaios.	109
Figura 3-48: Esquemas estáticos para as vigas a) com ligações bi-articuladas; b) com ligações semi-rígidas.	110
Figura 3-49: Obtenção da rotação da ligação a partir das leituras dos transdutores posicionados nos consolos (para viga com ligações semi-rígidas) e na extremidade da viga (para viga bi-apoiada).	110
Figura 3-50: Posicionamento dos extensômetros de base removível na viga protendida para os dois modelos ensaiados.	112
Figura 3-51: Viga com ligações semi-rígidas	112
Figura 3-52: Viga com ligações rígidas.	112
Figura 3-53: Esquema da deformação do modelo SR (viga com ligações resistentes à flexão).	114
Figura 3-54: Esquema da deformação do modelo BA (composto por uma viga bi-apoiada).	114
Figura 3-55: Força no atuador central versus deslocamento no vão central da viga bi-apoiada.	117
Figura 3-56: Força no atuador versus deformação nos extensômetros de base removível.	118
Figura 3-57: Força no atuador versus rotações livres na extremidade da viga bi-apoiada.	119
Figura 3-58: Força no atuador versus curvatura na região central da viga bi-apoiada.	119
Figura 3-59: Início da fissuração da viga bi-apoiada para uma carga de 270 kN.	120
Figura 3-60: Fissuração da viga para carga de 290 kN.	121
Figura 3-61: Fissuração da viga para carga de 315 kN e 345 kN.	121
Figura 3-62: Força no atuador versus deslocamentos verticais no vão central da viga do modelo SR.	122
Figura 3-63: Força no atuador versus flecha, considerando o modelo SR.	123
Figura 3-64: Força no atuador versus deformação obtida pelos extensômetros, para o modelo SR.	124
Figura 3-65: Força no atuador versus rotação, considerando o modelo SR.	125
Figura 3-66: Início da fissuração da região central da viga.	126
Figura 3-67: Momento versus curvatura obtida pelos extensômetros considerando o modelo BA.	127
Figura 3-68: Momento versus curvatura obtida através de rotações e flecha, considerando o modelo BA.	128
Figura 3-69: Força no atuador versus curvatura na região central da viga, considerando o modelo SR.	128
Figura 3-70: Força no atuador versus flecha considerando o modelo BA.	129
Figura 3-71: Força no atuador versus rotação considerando o modelo BA.	129
Figura 3-72: Força no atuador versus rotação.	131
Figura 3-73: Força no atuador versus curvatura considerando os modelos ensaiados.	132
Figura 3-74: Força no atuador versus curvatura para os dois modelos ensaiados.	133
Figura 3-75: Força no atuador versus flecha considerando os dois modelos ensaiados.	134
Figura 3-76: Caracterização da ligação e do apoio para a carga de 190 kN.	137
Figura 3-77: Caracterização da ligação e do apoio para a carga de 270 kN.	137

## LISTA DE TABELAS

Tabela 2-1: Resumo dos momentos previstos e suportados e das máximas rotações para cada ligação. [DOLAN <i>et al</i> (1987)].....	18
Tabela 2-2: Classificação das ligações de acordo com a rigidez. [NBR 9062:2006].....	41
Tabela 2-3: Classificação das ligações de acordo com o fator de restrição à rotação. [NBR 9062:2006].....	41
Tabela 2-4: Fatores de redução de rigidez dos elementos. [FERREIRA (2003)].....	46
Tabela 2-5: Determinação da classe de agressividade ambiental. [NBR 6118:2003].....	60
Tabela 2-6: Níveis de protensão. [NBR 6118:2003].....	61
Tabela 3-1: Composição do concreto utilizado nas vigas ensaiadas. ....	82
Tabela 3-2: Determinação das porcentagens dos materiais que compõem o aglomerante o agregado miúdo e o agregado graúdo. ....	83
Tabela 3-3: Relação entre os componentes: água, aditivo, aglomerante e cimento. ....	83
Tabela 3-4: Determinação da resistência à compressão dos concretos utilizados para várias idades. ....	86
Tabela 3-5: Tabela resumo da resistência média à compressão dos concretos utilizados na data dos respectivos ensaios. ....	86
Tabela 3-6: Determinação do módulo de elasticidade (E) dos concretos utilizados, para várias idades. ....	88
Tabela 3-7: Tabela resumo do módulo de elasticidade médio dos concretos utilizados nas datas dos respectivos ensaios. ....	88
Tabela 3-8: Determinação da resistência à compressão do graute utilizado no modelo SR....	90
Tabela 3-9: Determinação do módulo de elasticidade do graute utilizado no modelo SR. ....	90
Tabela 3-10: Informações a respeito das armaduras passivas utilizadas nas vigas ensaiadas. ....	90
Tabela 3-11: Informações sobre as cordoalhas utilizadas nas vigas ensaiadas. ....	91
Tabela 3-12: Planilha de orientação para a instrumentação do modelo BA. ....	104
Tabela 3-13: Planilha de orientação para a instrumentação do modelo SR. ....	104
Tabela 3-14: Abertura de fissuras para diversas etapas de aplicação de carga. ....	120
Tabela 3-15: Abertura da fissura localizada na junta entre a viga e o pilar para diversas cargas. ....	126
Tabela 3-16: Abertura de fissuras na região central da viga. ....	126
Tabela 3-17: Determinação da porcentagem de engastamento para o apoio, considerando a igualdade da relação momento/curvatura entre os modelos ensaiados. ....	132
Tabela 3-18: Determinação da porcentagem de engastamento para o apoio, considerando as flechas medidas em cada modelo ensaiado. ....	133
Tabela 3-19: Determinação da porcentagem de engastamento para o apoio, considerando a relação entre as rotações dos modelos ensaiados. ....	135
Tabela 3-20: Determinação da porcentagem de engastamento médio no apoio da viga. ....	135
Tabela 3-21: Determinação do momento mobilizado nos apoios da viga no modelo SR. ....	135
Tabela 3-22: Determinação da rigidez do apoio (incluindo restrição da ligação e do pilar). ....	136
Tabela 3-23: Determinação da porcentagem de engastamento da ligação viga-pilar. ....	136

## LISTA DE SÍMBOLOS

$a$	- Distância entre o apoio e a aplicação da carga concentrada
$A_h$	- Área da seção homogeneizada
$A_p$	- Área de armadura ativa
$A_s$	- Área de armadura
$A_{s,neg}$	- Área de armadura negativa
$A_{s,vão}$	- Área de armadura passiva no vão
$b_c$	- Largura do pilar
$b_w$	Largura da seção transversal
$d$	- Altura útil da viga
$d_p$	- Altura útil da viga considerando armadura ativa positiva
$d_s$	- Altura útil da viga considerando armadura passiva positiva
$d_1$	- Distância entre os equipamentos que medem deformação
$d_2$	- Distância entre o equipamento de medição superior e a face superior da viga
$e_p$	- Excentricidade da armadura ativa
$E_c$	- Módulo de elasticidade do concreto
$E_{cs}$	Módulo secante do concreto
$E_s$	- Módulo de elasticidade do aço
$ER_i$	- Leitura de deformação do equipamento localizado na parte inferior da viga
$ER_s$	- Leitura de deformação do equipamento localizado na parte superior da viga
$(EI)_{sec}$	- Rigidez secante da ligação
$f$	- Flecha
$f_{cd}$	- Resistência à compressão de projeto do concreto
$f_{ck}$	- Resistência à compressão do concreto
$f_{ct}$	- Resistência à tração direta do concreto
$f_{ctm}$	- Resistência à tração média do concreto
$f_s$	- Tensão na armadura
$f_{SR}$	- Flecha para o modelo com ligações semi-rígidas;
$f_u$	- Tensão de ruína das barras de aço
$f_{yd}$	- Tensão de escoamento do aço
$f_{yk}$	- Tensão característica de escoamento do aço
$f_l$	- Flecha para o modelo com ligações bi-articuladas.

$F$	- Resultante de força
$F_c$	- Força atuante no concreto
$F_p$	. Tensão de protensão devido a armadura ativa determinada
$h$	- Altura da viga
$h_c$	- Altura do pilar
$I$	- Momento de inércia
$I_{bruto}$	. Momento de inércia da seção bruta
$I_{eq,ext}$	- Momento de inércia equivalente na extremidade da viga
$I_{eq,vão}$	- Momento de inércia equivalente no vão
$I_{eq,viga}$	- Momento de inércia equivalente na viga
$I_I$	- Momento de inércia no Estádio I
$I_{II}$	- Momento de inércia no Estádio II
$l_e$	- Comprimento de embutimento da armadura dentro do pilar
$l_p$	- Comprimento da região da ligação
$L$	- Comprimento da viga
$L_{ef}$	- Vão efetivo entre os apoios, distância entre centros de giros nos apoios
$M_a$	. Momento atuante
$M_E$	- Momento de engastamento perfeito
$M_{E.Rig}$	- Momento na extremidade da viga com ligações rígidas
$M_{Eng}$	- Momento de engastamento perfeito.
$M_{extr}$	- Momento na extremidade da viga;
$M_{g1}$	. Momento devido ao peso próprio da viga e da laje
$M_{g2}$	. Momento devido a capa de concreto
$M_q$	. Momento devido a sobrecarga
$M_{lig}$	- Momento na ligação
$M_{neg}$	- Momento negativo
$M_{pos}$	- Momento positivo
$M^P$	-Momento de engastamento perfeito
$M_r$	- Momento de fissuração
$M_{RC}$	- Momento resistente da ligação no limite do escoamento da armadura tracionada
$M_{rd}$	- Momento-fletor resistente de cálculo
$M_{sd}$	- Momento-fletor solicitante de cálculo

$M_{SR}$	- Momento na extremidade da viga com ligações semi-rígidas
$M_{serv,extr}$	- Momento na extremidade da viga considerando comportamento em serviço
$M_{serv,v\tilde{a}o}$	- Momento no vão da viga considerando comportamento em serviço
$M_u$	-Momento último
$M_{VSR}$	- Momento no meio do vão da viga com ligações semi-rígidas
$M_{V\tilde{a}o}$	- Momento no meio do vão da viga
$M_y$	- Momento de plastificação da ligação
$N$	-Força de protensão
$P$	-Reação no apoio
$p$	- Carregamento distribuído
$p_1$	- Carregamento distribuído referente ao peso próprio da viga mais a laje
$p_2$	- Carregamento distribuído referente ao peso próprio da capa mais a sobrecarga
$q$	- Carregamento uniformemente distribuído
$R$	-Rigidez da ligação viga-pilar
$R_{apoio}$	-Rigidez no apoio da extremidade da viga
$R_{ligaç\tilde{a}o}$	-Rigidez da ligação viga-pilar
$R_{sec}$	- Rigidez secante ao momento fletor da ligação viga-pilar
$R_s$	- Rigidez equivalente entre a viga e a ligação
$R_{,rig}$	- Rigidez da ligação rígida
$R_{semirig}$	- Rigidez da ligação semi-rígida
$s$	- Base de medição
$x$	- Posição da linha neutra
$x_1$	-Posição da linha neutra no estágio I
$x_2$	-Posição da linha neutra no estágio II
$z$	- Distância entre o centro de gravidade da armadura ao centro de gravidade da região comprimida do concreto
$z_{eq}$	-parâmetro z intermediário entre o estágio I e II
$w_k$	- Abertura de fissuras
$W_i$	- Módulo de resistência à flexão na borda inferior da viga
$W_s$	- Módulo de resistência à flexão na borda superior da viga
$y$	- Distância do centro de gravidade da seção a fibra mais tracionada
$\frac{1}{r}$	-Curvatura

$\alpha$	- Fator que relaciona aproximadamente a resistência à tração na flexão com a resistência a tração direta
$\alpha_e$	- Relação entre os módulos de deformação longitudinal do aço e do concreto
$\alpha_R$	- Fator de restrição à rotação
$\epsilon_p$	- Deformação da armadura ativa
$\epsilon_{Ri}$	- Deformação específica do concreto na posição do extensômetro de base removível superior
$\epsilon_{Rs}$	- Deformação específica do concreto na posição do extensômetro de base removível inferior
$\epsilon_s$	- Deformação específica do aço
$\epsilon_t$	- Deformação total da armadura
$\phi$	- Rotação
$\phi_{ap}$	- Rotação no apoio da extremidade da viga
$\phi_{apm}$	- Rotação média no apoio da extremidade da viga
$\phi_{art}$	- Rotação na extremidade da viga bi-apoiada
$\phi_c$	- Rotação relativa viga-pilar devido ao momento $M_y$
$\phi_E$	- Rotação na ligação viga-pilar
$\phi_{lig}$	- Rotação específica de uma ligação
$\phi_R$	- Rotação na rótula
$\phi_{serv}$	- Rotação da ligação considerando situação de serviço.
$\phi_{viga-pilar}$	- Rotação viga-pilar
$\phi_1$	- Rotação da extremidade da viga
$\phi_2$	- Rotação combinada da viga e da ligação devido a um momento
$\psi_1$	- Fator de redução de combinação frequente para E.L.S
$\psi_2$	- Fator de redução de combinação quase permanente para E.L.S
$\sigma_p$	- Tensão de protensão
$\sigma_{pi}$	- Tensão de protensão inicial
$\sigma_s$	- Tensão de compressão no aço
$\tau_{máx}$	- Máxima tensão de aderência
$\delta_i$	- Deslocamento horizontal

# CAPÍTULO 1

## 1. INTRODUÇÃO

---

Do ponto de vista do comportamento estrutural, a presença das ligações é o que diferencia basicamente uma estrutura de concreto pré-moldado de uma estrutura convencional moldada no local. Dessa forma, quando se deseja conhecer o comportamento de um sistema estrutural de concreto pré-moldado, inicialmente, é importante o conhecimento do comportamento de suas ligações, que são responsáveis, entre outros fatores pela redistribuição dos esforços ao longo da estrutura.

As ligações correspondem a regiões de comportamento complexo, onde ocorrem concentrações de tensões, as quais podem ou não mobilizar deslocamentos e esforços decorrentes dos elementos por elas ligados, fazendo com que haja uma redistribuição dos esforços ao longo da estrutura, interferindo no comportamento da mesma. Assim, o desempenho do sistema estrutural e o êxito nas suas aplicações estão relacionados com o desempenho das suas ligações.

Na análise estrutural, as ligações são idealizadas de maneira a permitir ou impedir completamente os deslocamentos relativos entre os elementos pré-moldados. No entanto, geralmente as ligações não se comportam da forma como são consideradas na análise estrutural. Sabe-se que as ligações consideradas como articuladas, na realidade, podem possuir certa rigidez à flexão e resistência, já as ligações consideradas como rígidas, podem apresentar deformações à flexão e ao cisalhamento consideráveis. Dessa forma, as ligações entre os elementos pré-moldados possuem na realidade certa deformabilidade quando solicitadas, recebendo na literatura técnica a denominação de ligações semi-rígidas. A deformabilidade de uma ligação está relacionada com a perda de sua forma original quando a estrutura é solicitada. Considerando uma ligação viga-pilar que apresenta deformabilidade ao momento fletor, quando solicitada, apresenta uma mudança do ângulo inicialmente formado entre a viga e o pilar.

Com a consideração do efeito da ligação semi-rígida no comportamento da estrutura, é possível a obtenção de significativa economia ligada a redução de mão-de-obra necessária para produção de ligações rígidas, além da redução das dimensões da estrutura no caso das ligações articuladas.

Tem sido evitada a incorporação do comportamento real das ligações na análise estrutural devido ao aumento na complexidade dos cálculos e também à insuficiência de dados confiáveis.

Quando ligações semi-rígidas são projetadas, a rigidez das ligações se torna um parâmetro de projeto, que é descrito pela curva momento-rotação da ligação quando o esforço preponderante na estrutura corresponde ao momento fletor.

Assim, a maneira mais precisa de se determinar a curva momento-rotação de uma ligação é através de ensaios laboratoriais, que são basicamente limitados as atividades científicas devido a exigência de fatores como capital e tempo, não sendo diretamente aplicável na prática corrente.

De acordo com ELLIOTT *et al.* (1997), não existe um acompanhamento da indústria de pré-fabricados na linha da investigação acadêmica, devido ao fraco desempenho do setor de pré-moldados em relação à pesquisa e a divulgação que estão sendo realizadas no setor das estruturas metálicas, podendo-se dizer que o número de pesquisadores de pré-moldados em relação aos de estruturas metálicas, corresponde a 1/30. Segundo ELLIOTT *et al.* (1998) as comissões normativas não têm considerado os resultados de pesquisa disponíveis na literatura em benefício das estruturas pré-moldadas.

Existem resultados experimentais para uma grande parte de configurações de ligações (metálicas, mistas e pré-moldadas) na Europa, América do Norte e Japão. O estudo experimental de ligações viga-pilar em estruturas pré-moldadas iniciou-se de forma sistemática ainda nos anos 60, havendo uma grande base de dados na literatura internacional. No entanto, a maior parte das pesquisas experimentais atribui maior enfoque à questão da resistência, sendo o comportamento momento-rotação não reportado de forma adequada.

Em algumas pesquisas realizadas nos EUA nos anos 80, a preocupação com a rigidez à flexão em ligações pré-moldadas tornou-se mais clara, como foi o caso de um programa especial do *Precast Concrete Institute* (PCI), cujos resultados estão apresentados em STANTON *et al* (1986).

Posteriormente, durante os anos 90, o COST-C1 conduziu, na Europa, um projeto temático sobre ligações semi-rígidas em estruturas de concreto pré-moldado, sendo os resultados obtidos nessas pesquisas apresentados em vários *workshops* organizados pela comissão e um resumo dos trabalhos gerais apresentados no relatório final COST-C1 (1999).

Cabe ressaltar que os estudos referentes às pesquisas experimentais realizadas nos EUA e na Europa, foram mais de caráter experimental do que analítico. Devido a isso, nos ensaios houve uma maior preocupação na medição de valores globais de rigidez em relação ao estudo parametrizado dos mecanismos internos de deformação, que são na verdade os responsáveis pelo comportamento global das ligações. Assim, a maior parte dos resultados experimentais, existentes nos EUA e Europa, não foram capazes de gerar modelos analíticos para prever o comportamento semi-rígido das ligações, fazendo com que os projetistas daqueles países não fossem capazes de prever o comportamento de ligações semi-rígidas em estruturas pré-moldadas, o que representou uma barreira para o desenvolvimento de sistemas estruturais pré-moldados em esqueleto com aplicação em edifícios de múltiplos pavimentos.

Na Europa, as estruturas em esqueleto (com ligações viga-pilar articuladas e emprego de núcleos rígidos com painéis estruturais) são limitadas entre 5 e 7 pavimentos. Edifícios mais altos, acima de 10 a 15 pavimentos, são encontrados geralmente com sistemas de painéis estruturais pré-moldados (internos e externos na fachada).

O conceito de ligação semi-rígida e seus efeitos na estrutura pré-moldada podem ser encontrados em várias normas e manuais de procedimento de projeto, como o PCI - *Design and Typical Details of Connections for Precast and Prestressed Concrete* (1988).

Quanto à norma brasileira, a NBR 9062:2006 estabelece que quando o projeto para execução das ligações for tal que a condição de engastamento perfeito não seja uma evidência comprovada, deve ser considerada no cálculo, a influência desfavorável de um engastamento parcial, de modo que dedique especial atenção ao comportamento da ligação nos casos de ocorrências de cargas repetidas ou alternadas. Com relação às estruturas com continuidade estabelecida posteriormente à montagem, a NBR 9062:2006 estabelece que o projeto da ligação deve ser realizado de maneira a limitar a rotação relativa entre as seções ligadas ao valor de cálculo, onde a eficiência da ligação deve ser comprovada. Entretanto, não se consegue facilmente no projeto das estruturas pré-moldadas liberar ou limitar completamente as rotações relativas entre as seções ligadas, de forma que as ligações venham a se comportar como articuladas ou como rígidas, quer no caso de ligações parafusadas, soldadas ou mesmo

no caso com continuidade estabelecida posteriormente à montagem.

No Brasil não existe essa ampla disponibilidade de dados, relacionados às estruturas de concreto pré-moldado. O estudo das ligações semi-rígidas em estruturas pré-moldadas teve início em FERREIRA (1993). Foi proposto nessa pesquisa o desenvolvimento de um modelo analítico que representasse a deformabilidade de ligações típicas, a partir do equacionamento adequado dos mecanismos internos de deformação das ligações. Com o intuito de realizar uma validação experimental, em FERREIRA (1999) foram realizados ensaios em ligações viga-pilar articuladas e com resistência à flexão por meio de chapas soldadas, sendo os equacionamentos analíticos comparados com os resultados experimentais. SOARES (1998) avaliou teórica e experimentalmente a deformabilidade à flexão de uma ligação viga-pilar executada através de consolo e chumbador, comum em galpões industriais. MIOTTO (2002) estudou experimentalmente e analiticamente a deformabilidade de ligações viga-pilar de concreto pré-moldado.

Em FERREIRA & ELLIOTT (2001), FERREIRA & ELLIOTT (2002) e em FERREIRA (2003) estão apresentados os resultados de pesquisas de pós-doutorado na Inglaterra e no Brasil, que englobam a continuidade de estudos teóricos e experimentais sobre ligações semi-rígidas e também os estudos e desenvolvimento de projeto e análise para estruturas pré-moldadas considerando o efeito das ligações semi-rígidas.

Mesmo as metodologias sendo consideradas como uma boa aproximação para o comportamento real da ligação, inúmeros fatores dificultam a reprodução, em laboratório, das condições das estruturas pré-moldadas nos canteiros. É necessário lembrar que além do elevado custo envolvido nos ensaios estáticos para ligações, os resultados desses ensaios somente são aplicáveis às ligações com o mesmo detalhamento e dimensionamento das ligações ensaiadas (com parâmetros idênticos para materiais e geometria), sendo necessária à realização de ponderações por parte dos projetistas em relação à aplicação desses resultados em projetos de ligações similares.

Assim, a justificativa para o estudo na área de ligações está na necessidade de modelos teóricos mais realistas que possam ser aplicados na prática de projetos. Nesse contexto, a principal meta das pesquisas que estudam ligações deve ser o desenvolvimento de modelos que permitam prever o comportamento mecânico a partir do *layout* da ligação. Tão importante quanto conhecer o comportamento da ligação viga-pilar é compreender o efeito do seu comportamento sobre a estrutura pré-moldada.

O presente trabalho destina-se ao estudo do comportamento de uma viga pré-moldada protendida considerando o efeito das ligações semi-rígidas na análise do comportamento da mesma, ou seja, na presente pesquisa, pretende-se estudar o efeito não linear das ligações sobre vigas protendidas pré-moldadas.

A ligação estudada corresponde a uma ligação com apoio sobre consolo e a presença de chumbadores e armaduras de continuidade passando no pilar (figura 1-1), bastante utilizada por empresas brasileiras devido à facilidade de execução, uma vez que corresponde a uma derivação de uma ligação articulada de grande emprego no Brasil.

O interesse no estudo desse tipo de ligação é justificado pela grande utilização na Indústria de Estruturas de Concreto Pré-Moldado no Brasil.

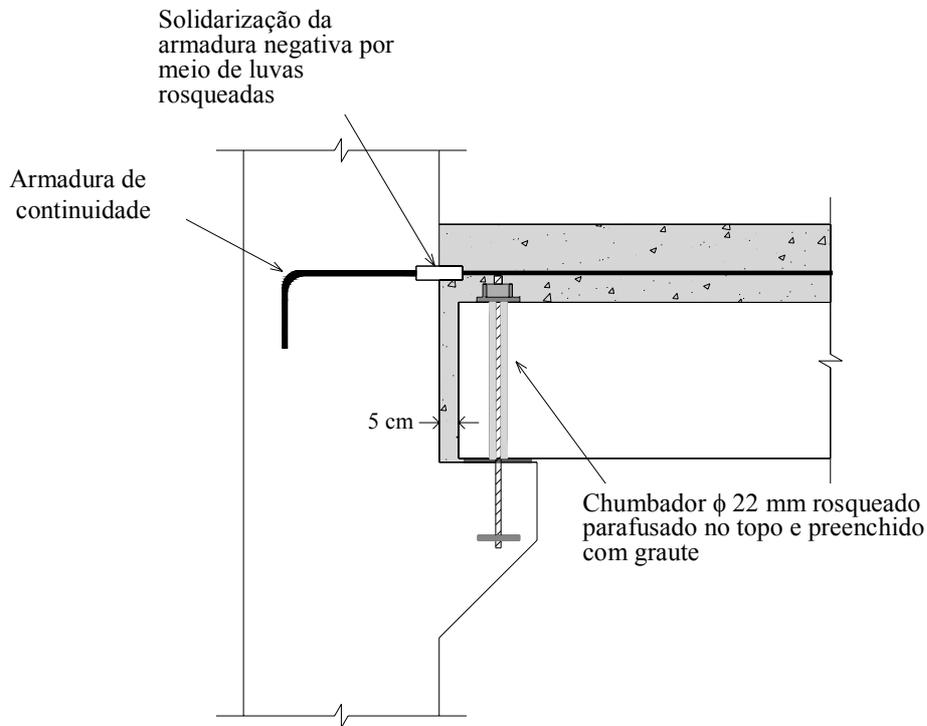


Figura 1-1: Esquema da ligação viga-pilar em estudo.

## 1.1 Importância do Estudo das Ligações entre os Elementos Pré-Moldados

As ligações entre os elementos pré-moldados correspondem a uma parte muito importante no estudo das estruturas pré-moldadas, pois o desempenho das ligações irá influenciar no desempenho, no funcionamento adequado e no êxito nas aplicações de sistemas estruturais em concreto pré-moldado.

As ligações semi-rígidas entre os elementos pré-moldados geralmente são idealizadas na análise estrutural, sendo geralmente concebidas como ligações articuladas ou rígidas. Isso ocorre devido a grande dificuldade de se propor modelos analíticos simplificados que representem o comportamento da ligação semi-rígida, uma vez que é necessário atribuir valores experimentais de deformabilidade e resistência para calibração desses.

Como o desempenho do sistema estrutural depende do comportamento da ligação, a idealização das ligações na análise estrutural permite a obtenção de seções menos otimizadas ou até insatisfatórias.

O comportamento estrutural, no caso das estruturas pré-moldadas, não pode ser inteiramente determinado, devido à falta de conhecimento quanto ao comportamento das ligações, principalmente de ligações semi-rígidas. Dessa forma, no cálculo prático, torna-se necessário subestimar em muito o desempenho da rigidez de ligações nos pórticos pré-moldados para alcançar uma condição de projeto segura.

Para a formação de um pórtico com elementos pré-moldados, é de grande importância o desempenho apresentado pelas ligações empregadas, pois o desempenho de toda estrutura depende do desempenho das ligações. Quando se tratar de ligações resistentes aos esforços de flexão, para apresentar bom desempenho, as mesmas devem possuir: resistência, elevada rigidez, ductilidade, construtibilidade e durabilidade.

Com a determinação da rigidez das ligações da estrutura pré-moldada, é possível a obtenção da redistribuição dos esforços e deslocamentos ao longo da estrutura, possibilitando um maior controle de sua estabilidade. Assim é possível viabilizar um projeto estrutural mais adequado para estruturas em múltiplos pavimentos.

Os estudos experimentais mais freqüentes analisam apenas o valor global da rigidez da ligação, não fornecendo critérios para que seja possível a realização de uma avaliação qualitativa da mesma. Dessa forma, o fato de se ter apenas medidas globais, faz com que, na

prática, os resultados obtidos nesses estudos experimentais não forneçam subsídios para o projeto de futuras ligações, pois não se compreende como se desenvolve o mecanismo de deformação da ligação. Assim, além do elevado custo dos estudos experimentais existe uma limitação quanto a utilização direta dos seus resultados no projeto.

## 1.2 Objetivos

O objetivo geral na presente pesquisa de mestrado foi investigar experimentalmente o comportamento conjunto de uma viga pré-moldada protendida considerando o efeito das ligações semi-rígidas nas suas extremidades. Dessa forma, verificou-se um procedimento de ensaio para obtenção simultânea da rigidez à flexão da ligação viga-pilar e da rigidez equivalente da viga, com a função de avaliar o engastamento parcial nas extremidades da viga. Ainda nessa pesquisa, investigou-se a validade e a confiabilidade de procedimentos para leituras diretas de rotações viga-pilar, através do uso de clinômetros, e para obtenção de medidas de curvatura, no meio do vão, por meio da utilização de extensômetros elétricos de base removível. Tais valores foram comparados com os obtidos por meio de leituras indiretas, alcançadas através de transdutores lineares. Além disso, com a presente pesquisa, alcançou-se a validação experimental de equacionamentos analíticos que englobam o fator de restrição à rotação  $\alpha_R$  e o método *Beam-Line*. Dessa forma, acrescentaram-se informações disponíveis sobre o comportamento à flexão, no que diz respeito à rigidez e à resistência da ligação proposta, a qual é bastante utilizada no Brasil.

## 1.3 Metodologia

Para que os objetivos desse trabalho fossem atendidos foi estabelecida a seguinte metodologia de trabalho:

### a) Definição das ligações a serem estudadas

A escolha da tipologia da ligação viga-pilar a ser estudada na presente pesquisa, foi realizada considerando as ligações comumente utilizadas no Brasil. Através do convênio com a ABCIC, foi possível um maior contato com empresas fabricantes de elementos pré-moldados, o que foi favorável para a obtenção de informações técnicas e para o conhecimento da aceitação do mercado em relação a diversos tipos de ligações viga-pilar.

Dessa forma, a escolha da tipologia de ligação viga-pilar, além de detalhes de ligações e a determinação de dimensões dos elementos pré-moldados, empregados na presente pesquisa, foram definidos juntamente com empresas associadas à ABCIC (Associação Brasileira de Construções Industrializadas em Concreto), conciliando conhecimentos acadêmicos e experiências práticas. A justificativa apresentada é que se trata de uma solução para solidarização de ligações viga-pilar, a qual pode ser conseguida facilmente a partir da modificação de uma ligação simples com consolo e chumbador (articulada).

#### **b) Revisão Bibliográfica**

Através da revisão bibliográfica, foi possível a obtenção de conhecimentos teóricos e experimentais sobre as tipologias de ligações viga-pilar utilizadas em algumas partes do mundo. Além de conhecimentos sobre o comportamento dessas ligações, incluindo aspectos de deformabilidade, resistência e rigidez, e do efeito das ligações nos elementos da estrutura pré-moldada. Além disso, foi possível definir uma metodologia teórica e experimental com o emprego de equacionamentos analíticos que levaram em consideração o fator de restrição à rotação e o método *Beam-Line*.

#### **c) Realização dos Ensaios**

A investigação experimental, na presente pesquisa, foi baseada nos resultados apresentados a partir de dois ensaios. Os modelos corresponderam a semi-pórticos em forma “H”, em escala real 1:1, sendo compostos por elementos de vigas e elementos de pilares de extremidade. Um dos modelos foi composto por uma viga pré-moldada protendida com ligações viga-pilar solidarizadas por meio de continuidade da armadura negativa, e o outro modelo foi composto por uma viga pré-moldada protendida simplesmente apoiada. Cada ensaio realizado no semi-pórtico correspondeu a um ensaio de flexão pura, com dois pontos de cargas concentradas no trecho central da viga, onde foram realizadas medidas de deslocamentos e deformações no meio do vão, para avaliação da curvatura e da linha neutra, bem como medidas de deslocamentos e deformações nos trechos das ligações nas extremidades da viga, onde foram avaliadas as rotações e a rigidezes à flexão nas ligações viga-pilar (com a presença de armadura de continuidade).

Dessa forma, pode-se dizer que o ensaio realizado com a viga simplesmente apoiada permitiu analisar a viga pré-moldada protendida através da caracterização de sua relação momento-curvatura. Com o ensaio do modelo composto por ligações semi-rígidas, foi possível analisar o efeito das ligações semi-rígidas no comportamento da viga protendida.

#### **d) Análise dos Resultados**

De acordo com as leituras de deslocamentos e rotações obtidas através dos modelos ensaiados, tomando como base de referência situações conhecidas de apoio, de engaste e de rótula, foi possível avaliar o comportamento conjunto viga-ligações.

Foram realizadas análises dos resultados adquiridos nos ensaios através de ábacos e através de comparações com equacionamentos analíticos apresentados expressos na revisão bibliográfica.

### **1.4 Apresentação da Dissertação**

A ordem e os conteúdos dos capítulos que constituem a presente dissertação versam sobre:

**Capítulo 1** – Introdução: Relata a importância do estudo das ligações entre os elementos pré-moldados, os objetivos da dissertação e por último um resumo da metodologia empregada.

**Capítulo 2** – Revisão Bibliográfica: Apresentação dos principais conceitos relacionados às ligações viga-pilar, incluindo a definição de zonas de distúrbio, os mecanismos de deformação das ligações viga-pilar, a definição do fator de restrição à rotação, a classificação das ligações, determinação teórica da relação momento-rotação das ligações viga-pilar, a influência das ligações no comportamento da viga adjacente e a definição e forma de utilização do método *Beam-Line*. Também são apresentadas nesse capítulo, algumas tipologias de ligações viga-pilar, alguns exemplos de ligações viga-pilar comumente utilizadas por empresas brasileiras, a definição da tipologia das ligações utilizadas para compor os modelos referentes a presente pesquisa, exposição de uma fundamentação teórica em relação ao concreto protendido, incluindo aspectos como suas vantagens e desvantagens, suas classificações, os estados limites referentes ao tipo de concreto protendido e tipologias de vigas protendidas.

**Capítulo 3** – Programa Experimental: Relata os objetivos e o detalhamento do programa experimental, incluindo a descrição dos modelos, as características dos materiais empregados, a confecção, transporte e montagem dos modelos e a instrumentação utilizada. Também é apresentada nesse capítulo, a metodologia experimental utilizada e os resultados experimentais obtidos.

**Capítulo 4 – Conclusões:** São apresentadas algumas considerações gerais, o cumprimento dos objetivos, os avanços alcançados em relação a outros trabalhos anteriores e sugestões para trabalhos futuros.

# CAPÍTULO 2

## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

---

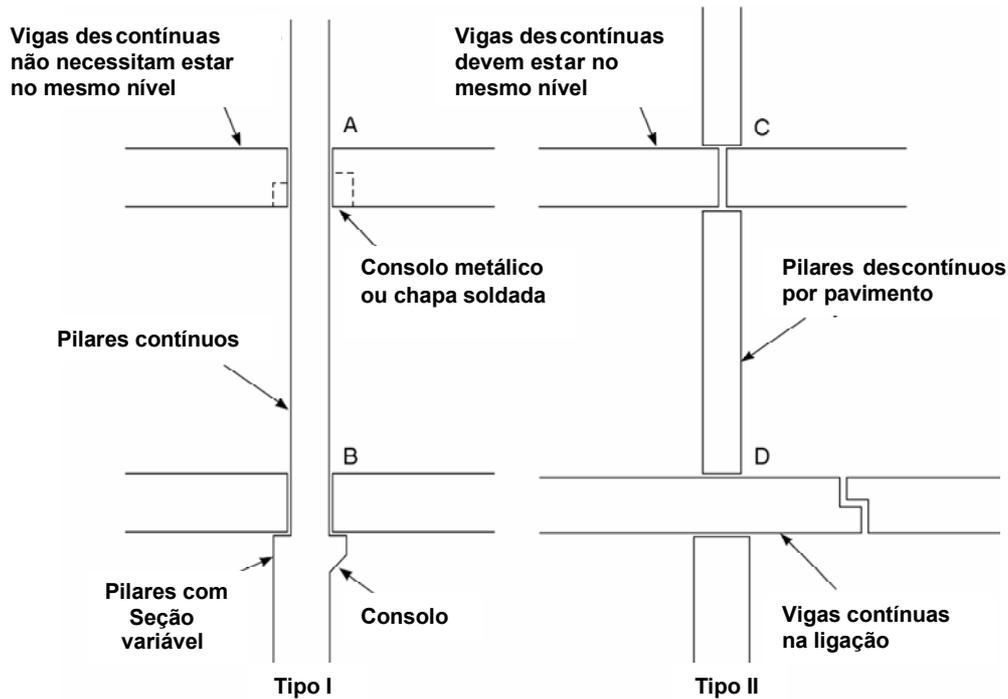
### 2.1 Considerações Iniciais

As principais diferenças na análise das estruturas de concreto pré-moldado e moldado no local estão relacionadas com a presença de ligações e das situações transitórias que estarão submetidos os elementos pré-moldados.

De acordo com a dificuldade de execução, custo e o comportamento estrutural, as ligações viga-pilar podem ser realizadas de diferentes maneiras. Em relação aos pilares, as ligações viga-pilar pré-moldadas, de uma maneira geral, podem ser:

- Ligação de extremidade da viga ou ligação viga-pilar: ocorre quando o pilar é contínuo e os componentes são conectados a ele.
- Ligação de “topo”: ocorre quando o pilar é descontínuo, em termos construtivos, e os componentes horizontais são contínuos ou separados por ligações.

Os tipos de ligações em relação aos pilares podem ser observados na figura 2-1.



**Figura 2-1: Tipos de ligações viga-pilar, a) ligação viga-pilar com consolo embutido em pilar contínuo, b) viga-pilar sobre consolo aparente, c) vigas e pilares descontínuos, d): pilar descontínuo com viga contínua. [FIB (2003)]**

A presente pesquisa enfocou o estudo das ligações viga-pilar com pilares contínuos, em estruturas de esqueleto em concreto pré-moldado, com interesse de aplicação para múltiplos pavimentos. Esse tipo de estrutura é observado na figura 2-2.



**Figura 2-2: Exemplo de estrutura pré-moldada em esqueleto para múltiplos pavimentos. [FIB (2003)]**

É necessário utilizar ligações viga-pilar que atendam a todas as situações de serviço e de projeto, para a obtenção de um resultado eficiente. Para a fabricação de uma edificação utilizando elementos pré-moldados, é indispensável que esses elementos sejam ligados de forma a garantir a integridade da estrutura global. Após a montagem, as ligações entre os elementos pré-moldados irão influenciar na composição do modelo estrutural, sendo suas características e comportamentos de fundamental importância para a determinação do desempenho da estrutura. Dessa forma, é importante conhecer o comportamento das ligações para auxiliar no desenvolvimento do arranjo estrutural, no posicionamento dos elementos de contraventamento (núcleos rígidos ou paredes), no projeto do sistema estrutural (e seus subsistemas) e no projeto e detalhamento das ligações. A principal característica das ligações está relacionada com a transferência de forças internas entre os elementos pré-moldados, influenciando no fluxo de forças através da estrutura. Dessa forma, os projetistas devem compreender a influência das ligações no fluxo de forças verticais e horizontais ao longo da estrutura para que seja possível a elaboração de um projeto adequado, permitindo que a estrutura tenha um comportamento eficiente quando solicitada.

De acordo com o manual PCI (2001), os principais critérios de projeto para ligações estruturais são: resistência, rigidez, ductilidade, resistência ao fogo, durabilidade e facilidade de construir (construtibilidade).

Segundo o manual FIB (2003), a filosofia de projeto para as ligações pré-moldadas deve levar em conta os requisitos do desempenho estrutural e o método construtivo. As práticas construtivas na fábrica influenciam fortemente o projeto de ligação. Assim, a filosofia de projeto depende de vários fatores:

- A estabilidade da estrutura. Estruturas aporricadas não contraventadas e estruturas em esqueleto requerem fundações resistentes à flexão, o que não ocorre nos casos das estruturas contraventadas e estruturas em painéis estruturais nas duas direções.
- O arranjo estrutural do pórtico. O número e posições disponíveis para os pilares, paredes, núcleos e outros elementos de contraventamento podem determinar o projeto das ligações.
- A continuidade (flexão) nas extremidades de vigas e lajes. Elementos em balanço sempre requerem resistência à flexão nas ligações (ou de outro modo, continuidade de vigas), o que não ocorre no caso das vigas simplesmente apoiadas. Estruturas não

contraventadas, até certa altura, podem ser projetadas usando ligações rígidas (ou semi-rígidas).

- É importante prever a proteção contra fogo para apoios e armaduras.
- A aparência das ligações e minimização das regiões estruturais. As ligações escondidas (embutidas) devem ser projetadas dentro das dimensões dos elementos, enquanto que as ligações aparentes não precisam.
- A facilidade e custo de fabricação.
- Os requisitos para a estabilidade temporária para permitir que a montagem prossiga, e a necessidade de uma estabilidade transitória, como por exemplo, a necessidade de restrição torsional na extremidade das vigas durante a montagem das lajes.
- A acessibilidade do canteiro pode influenciar o projeto estrutural e, portanto, influenciar o projeto da ligação.
- A escolha do método construtivo para a execução das juntas, isto é: preenchimento com graute; uso de chumbadores; ligações por meio de solda; e o tipo de apoio a ser utilizado.
- A capacidade da fábrica para estocagem e movimentação interna.

A escolha do sistema da ligação deve ser compatível com o projeto do sistema estrutural, e consistente durante toda a edificação. Em uma situação ideal somente uma tipologia de ligação deve ser usada em um edifício.

Para que seja garantida a segurança da ligação é importante que sua execução tenha cuidados, evitando possíveis falhas, e que as operações no canteiro de obras sejam mais simples possíveis. As operações importantes devem ser realizadas na fábrica onde o controle de qualidade é assegurado.

## 2.2 Estudos Encontrados na Literatura

Foram iniciados na década de 60 estudos experimentais mais abrangentes em ligações entre elementos de concreto pré-moldado, através da realização de um programa de pesquisa experimental desenvolvido pela *Portland Cement Association* (PCA). De acordo com FERREIRA (1999), a abordagem do programa estava voltada para o estudo da continuidade em elementos pré-moldados em duplo T para pisos, de Rostasy (1962), resistência do apoio

no topo de pilares para vigas pré-moldadas, de Kris e Raths (1963), ligações viga-viga e viga-pilar com fixação através de parafusos em dentes rebaixados, de Gaston e Kris (1964), resistência em consolos, de Kris e Raths (1965) e ligações por chapas metálicas em bases de pilares, de Lafraugh e Magura (1966). Os resultados desses estudos estão registrados em vários artigos intitulados *Connections in Precast Structures*, publicados no *PCI Journal*.

Foi fundado em 1986 o projeto PCI-SFRAD (*Specially Funded Research and Development - Programs 1 and 4 - PCI 1/4*), nos Estados Unidos, com um programa de pesquisa intitulado: *Moment Resistant Connections and Simple Connections*. Para a análise da resistência, rigidez e ductilidade das ligações de elementos pré-moldados mais usuais foram ensaiadas vários tipos de ligações viga-pilar. O programa de ensaio, a descrição dos modelos, os resultados encontrados e as conclusões são apresentados resumidamente em DOLAN *et al.* (1987).

Foram realizados testes individuais em oito tipos de ligações, submetidas a carregamentos gravitacionais, forças laterais ou carregamentos cíclicos equivalentes. As ligações corresponderam: BC15, BC16A, BC25, BC26, BC27, BC28, BC29 e CC1 (BC - *Beam to Column Connections* – Ligações viga-pilar; CC - *Column to Column Connections* – Ligações pilar-pilar).

Segundo DOLAN *et al* (1987), BC15 corresponde a uma ligação fácil de ser executada (figura 2-3). Além disso, com os ensaios experimentais, DOLAN *et al* (1987) acreditam que a ligação BC15 foi completamente dúctil, mas ocorreram falhas precipitadamente em ambas as direções devido a aspectos relacionados com o detalhamento da ligação. Os autores também identificaram a importância do projeto da solda para garantir a ductilidade desejada, e que a rigidez inicial apresentada pela ligação foi significativamente inferior ao valor teórico apresentado para um sistema contínuo em concreto moldado no local.

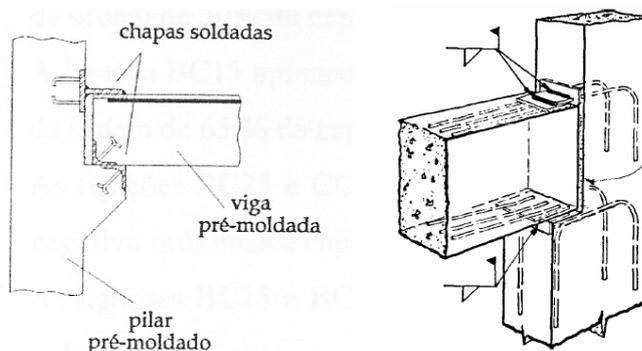


Figura 2-3: Ligação BC15. [DOLAN *et al* (1987)]

De acordo com DOLAN *et al* (1987), na ligação BC16A foram grauteadas as barras passando através do pilar para assegurar a formação de uma região de rótula plástica, que corresponde a um espalhamento da fissuração ao longo da região da ligação, não havendo a abertura da junta. Da mesma forma, os autores afirmaram que foi realizado o grauteamento da região da ligação entre a viga e o pilar para melhorar a capacidade e a ductilidade da ligação e para assegurar a transferência da compressão.

Segundo DOLAN *et al* (1987), a ligação BC16A (figura 2-4) possuiu razoável ductilidade em ambas as direções, mas ocorreu a falta de graute na cavidade onde se situava a armadura de continuidade no interior do pilar, gerando uma diminuição da rigidez elástica da ligação.

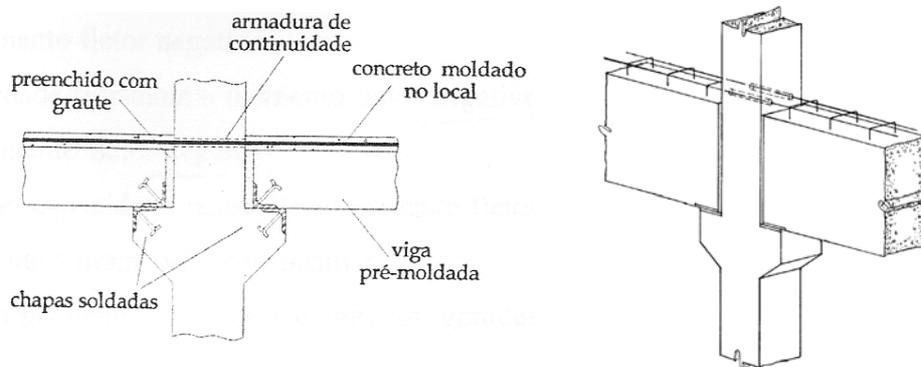


Figura 2-4: Ligação BC16A. [DOLAN *et al* (1987)]

Segundo DOLAN *et al* (1987), tanto a ligação CC1 (figura 2-5) como a BC25 (figura 2-6) apresentaram um comportamento dúctil. A ligação BC25 apresentou ruptura após três ciclos de carga em um modo combinado de compressão, flexão e cisalhamento.

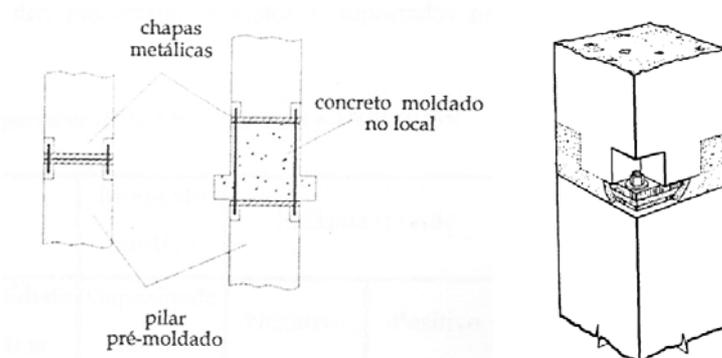


Figura 2-5: Ligação CC1. [DOLAN *et al* (1987)]

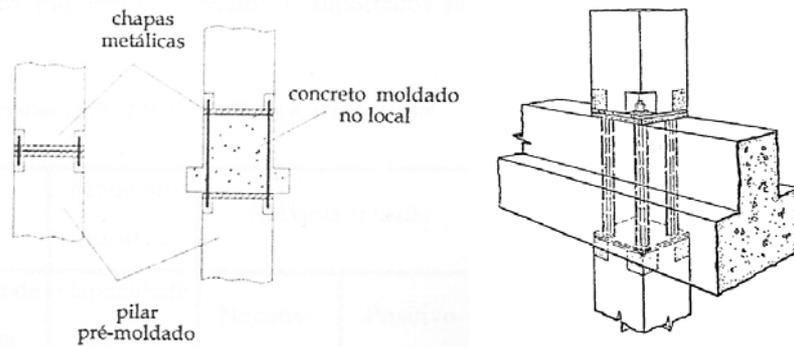


Figura 2-6: Ligação BC25. [DOLAN *et al* (1987)]

De acordo com DOLAN *et al* (1987), a viga utilizada na ligação BC26 (figura 2-7) apresentou-se extremamente dúctil, gerando uma rotação de aproximadamente 12% antes de falhar devido ao cisalhamento. A falha por cisalhamento ocorreu devido à falta de estribo na borda da viga.

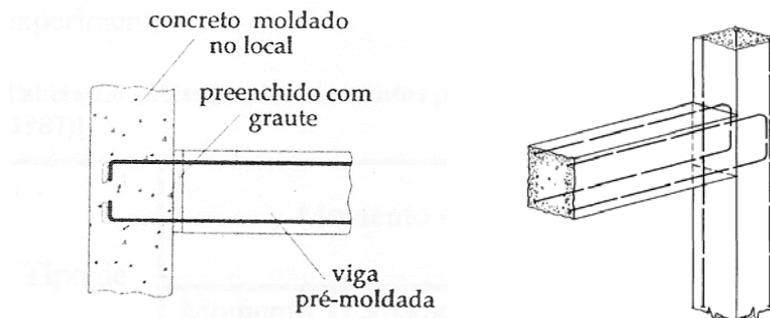


Figura 2-7: Ligação BC26. [DOLAN *et al* (1987)]

De acordo com DOLAN *et al* (1987), acima da carga monotônica, a ligação BC27 (figura 2-8) alcançou uma rotação de aproximadamente 8% e pode ser considerada como dúctil.

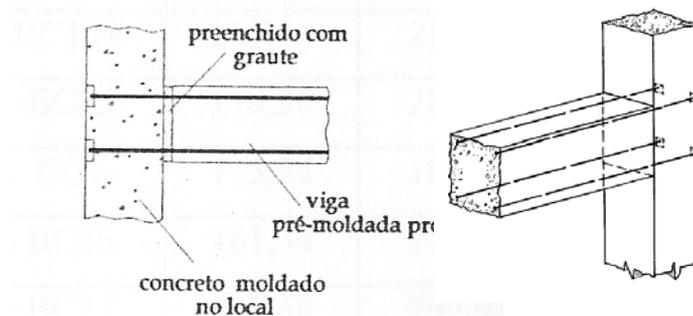


Figura 2-8: Ligação BC27. [DOLAN *et al* (1987)]

De acordo com DOLAN *et al* (1987), as ligações BC28 e BC29 (figura 2-9) não requerem cuidados com a realização de solda, sendo simples e econômicas para montar. Na ligação BC28, os chumbadores foram parcialmente grauteados, enquanto que na ligação BC29, os chumbadores foram totalmente grauteados. Ambos os modelos apresentaram comportamento dúctil. A resistência das ligações ao momento fletor foi muito baixa, não correspondendo a uma situação vantajosa para ser utilizada na constituição de uma estrutura real.

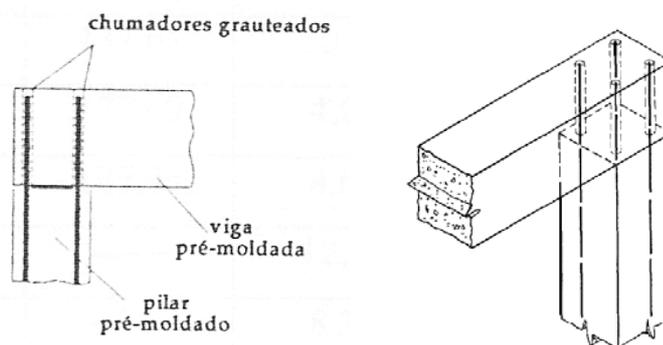


Figura 2-9: Ligação BC28 e BC29. [DOLAN *et al* (1987)]

Com os ensaios em cada uma dessas ligações foi possível determinar os momentos negativos previstos e suportados, os momentos positivos suportados e também as máximas rotações considerando os momentos positivos e negativos. O resumo dos resultados obtidos para cada ligação pode ser observado na tabela 2-1.

Tabela 2-1: Resumo dos momentos previstos e suportados e das máximas rotações para cada ligação. [DOLAN *et al* (1987)]

Tipo de Ligação	Momento negativo		Momento positivo		Máxima rotação	
	Momento de projeto (kN.m)	Capacidade prevista (kN.m)	Capacidade medida (kN.m)	Capacidade medida (kN.m)	Negativo (%)	Positivo (%)
BC15	161,34	215,12	246,87	163,82	3,7	1,2
BC16A	161,34	215,12	395,44	137,61	10,0	4,0
BC25	179,30	281,10	512,38	477,69	4,0	4,0
CC1	115,24	184,39	172,07	177,95	4,0	3,65
BC26	161,34	215,12	350,25	-----	12,5	-----
BC27	235,68	290,93	269,80	-----	8,3	-----
BC28	32,87	45,08	65,07	-----	4,1	-----
BC29	32,87	45,08	61,01	35,92	3,9	3,75

Com os resultados foi possível observar que as ligações BC15, BC16A, BC25, BC26, BC28 e BC29 apresentaram resistência última, considerando o momento fletor negativo, superior à capacidade prevista.

Além disso, pode-se dizer que a ligação correspondente a BC16A apresentou uma capacidade resistente ao momento fletor positivo cerca de 30% da capacidade ao momento fletor negativo, enquanto que a ligação BC15 apresentou uma capacidade resistente ao momento fletor positivo cerca de 65% da capacidade ao momento fletor negativo.

Observou-se também que as ligações BC28 e BC29 suportaram pequenos valores de momento negativo e sofreram grandes deformações.

Essa e outras publicações relacionadas a esse programa de pesquisa iniciaram a composição da literatura técnica referente aos estudos de ligações viga-pilar semi-rígidas presentes nas estruturas de concreto pré-moldado.

Em 1990 foi realizado um programa de pesquisa denominado PRESS-PCI (*Precast Structural Seismic System*) que englobou o estudo de ligações especiais em zonas sísmicas, o qual envolveu diversas universidades nos EUA e Japão ao longo de 10 anos, com o objetivo da viabilização de sistemas estruturais de concreto pré-moldado em regiões sísmicas através do estudo e desenvolvimento de ligações viga-pilar resistentes e dúcteis. O projeto foi dividido em três partes: a primeira envolvendo projetos de caráter de definição de critérios e diretrizes básicas; a segunda parte envolvendo projetos relacionados com o estudo do comportamento e ensaios de ligações e a terceira parte envolvendo projetos relacionados a ensaios de estruturas de edifícios.

Em 1990 foi iniciado, um programa de pesquisa intitulado *Investigation of the Behaviour of the Semi-rigid Connections* pelo centro de pesquisa da indústria de pré-moldados da França CERIB (*French Precast Concrete Industry Study and Research Center*). Esse programa tinha como objetivo o estudo da semi-rigidez das ligações (viga-pilar, viga-viga e pilar-fundação) mais utilizadas pela indústria francesa, dando ênfase às ligações entre os elementos de concreto pré-moldado presentes nas estruturas em esqueleto. Até esse momento nenhum outro programa tinha sido realizado na França para avaliar o comportamento das ligações dessas estruturas.

O programa de pesquisa sobre as ligações em estruturas de concreto pré-moldado realizado pelo CERIB é descrito por DARDARE & COMAIR (1992), que mostram o procedimento e os resultados obtidos no ensaio realizado em uma ligação viga-pilar (tipo 1)

muito empregada na França, que pode ser observada na figura 2-10. Essa ligação com a viga apoiada em uma camada de graute presente na cabeça do pilar é fixada por meio de chumbadores, sendo aplicada uma camada de concreto para proporcionar a continuidade.

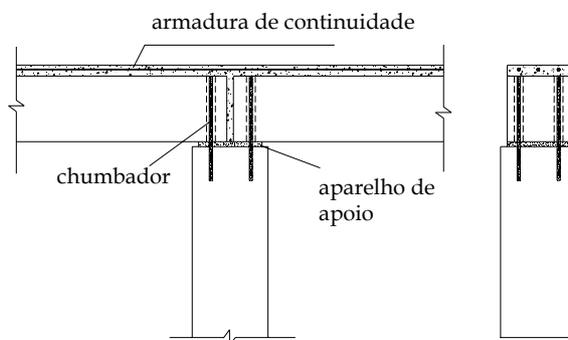


Figura 2-10: Ligação viga-pilar do tipo 1. [DARDARE & COMAIR (1992)]

A continuidade do programa experimental realizado no CERIB foi mencionada por CHEFDEBIEN (1998), que realizou ensaios de 5 ligações do tipo 1, ilustrada na figura 2-10, variando as características geométricas, a taxa de continuidade e as propriedades mecânicas. Além da ligação do tipo 1, também foi realizado ensaio com uma ligação do tipo 2, ilustrada na figura 2-11.

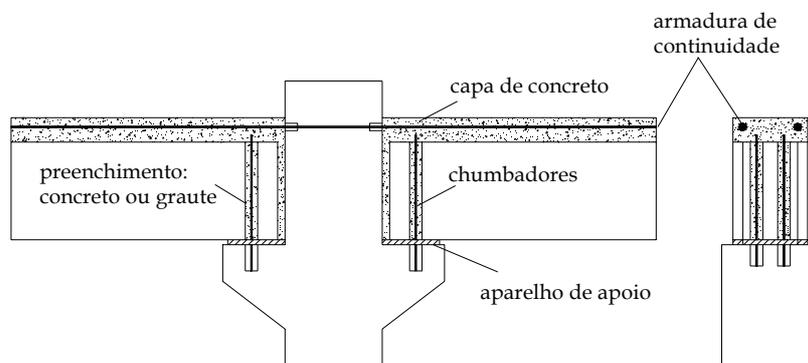


Figura 2-11: Esquema da ligação do tipo 2. [CHEFDEBIEN (1998)]

Em 1991, foi criado, na Europa, um programa de pesquisa intitulado COST (*European Cooperation in the Field of Scientific and Technical Research*) cuja divisão COST C1 se ocuparia do estudo do Comportamento semi-rígido das ligações estruturais existentes na Engenharia Civil. O programa foi coordenado pela União Européia, sendo os objetivos do programa de pesquisa na área das estruturas pré-moldadas: aumento nos bancos de dados

disponíveis sobre o comportamento das ligações, utilização de técnicas computacionais para extrapolar os dados, a fim de abranger mais condições de geometria e carregamento, e padronização nas medições de rigidez, na forma de curvas momento fletor-rotação, para a inclusão dessas curvas em programas de análises gerais utilizados para o projeto das estruturas de concreto pré-moldado. Os trabalhos experimentais envolveram várias universidades européias, sendo que a *University of Nottingham* foi escolhida como centro referencial para ensaios de ligações viga-pilar. Os principais resultados das referidas pesquisas encontram-se nos anais das conferências realizadas pelo COST C1 em 1992, 1994, 1996 e 1998 e no relatório final em COST C1 (1999). Ambos os programas de pesquisa do PCI e do COST-C1 constituem-se numa grande base de dados experimentais para o estudo do comportamento de ligações em estruturas pré-moldadas. Todavia, as pesquisas experimentais não geraram procedimentos para projeto.

Com o intuito de determinar, principalmente através de ensaios experimentais, o comportamento semi-rígido das ligações viga-pilar de concreto pré-moldado, sujeitas a momentos positivos e negativos e a carregamentos cíclicos e monotônicos, ELLIOTT *et al.* (1998) e ELLIOTT (2003) juntamente com a universidade de *Nottingham* e *City University*, realizaram alguns ensaios experimentais utilizando as tipologias de ligações comumente empregadas na Inglaterra (indicadas na figura 2-12), considerando as estruturas em esqueleto e com pilares contínuos.

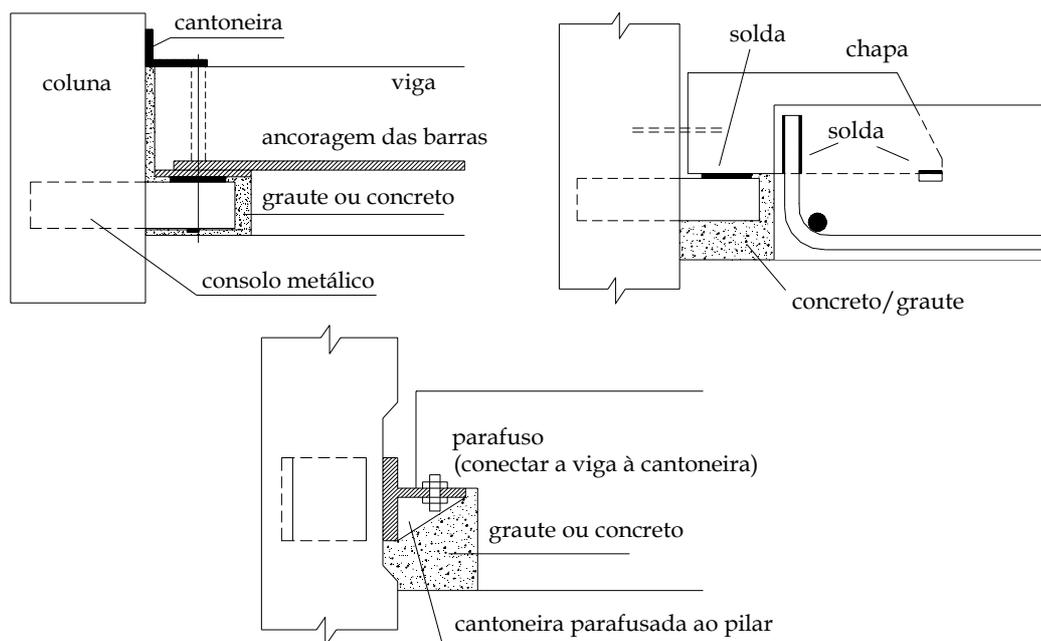


Figura 2-12: Ligações viga-pilar utilizadas na Inglaterra. [ELLIOTT *et al* (1998)]

No ensaio experimental foi aplicado um carregamento sobre a estrutura submetendo-a a momentos fletores, sendo ensaiadas ligações assimétricas (pilares de extremidade) e ligações simétricas (pilares intermediários). O sistema estrutural estudado pode ser observado na figura 2-13.

Na realização do ensaio envolvendo as ligações assimétricas foi aplicado um carregamento horizontal submetendo a ligação a momentos positivos e negativos separadamente. Nas ligações simétricas, inicialmente foi aplicado um carregamento horizontal sobre o pilar, gerando momentos positivos e negativos e posteriormente foi aplicado somente carregamento gravitacional, gerando momento negativo na ligação.

Com o intuito de medir a rotação relativa entre a viga e o pilar foram utilizados clinômetros e transdutores.

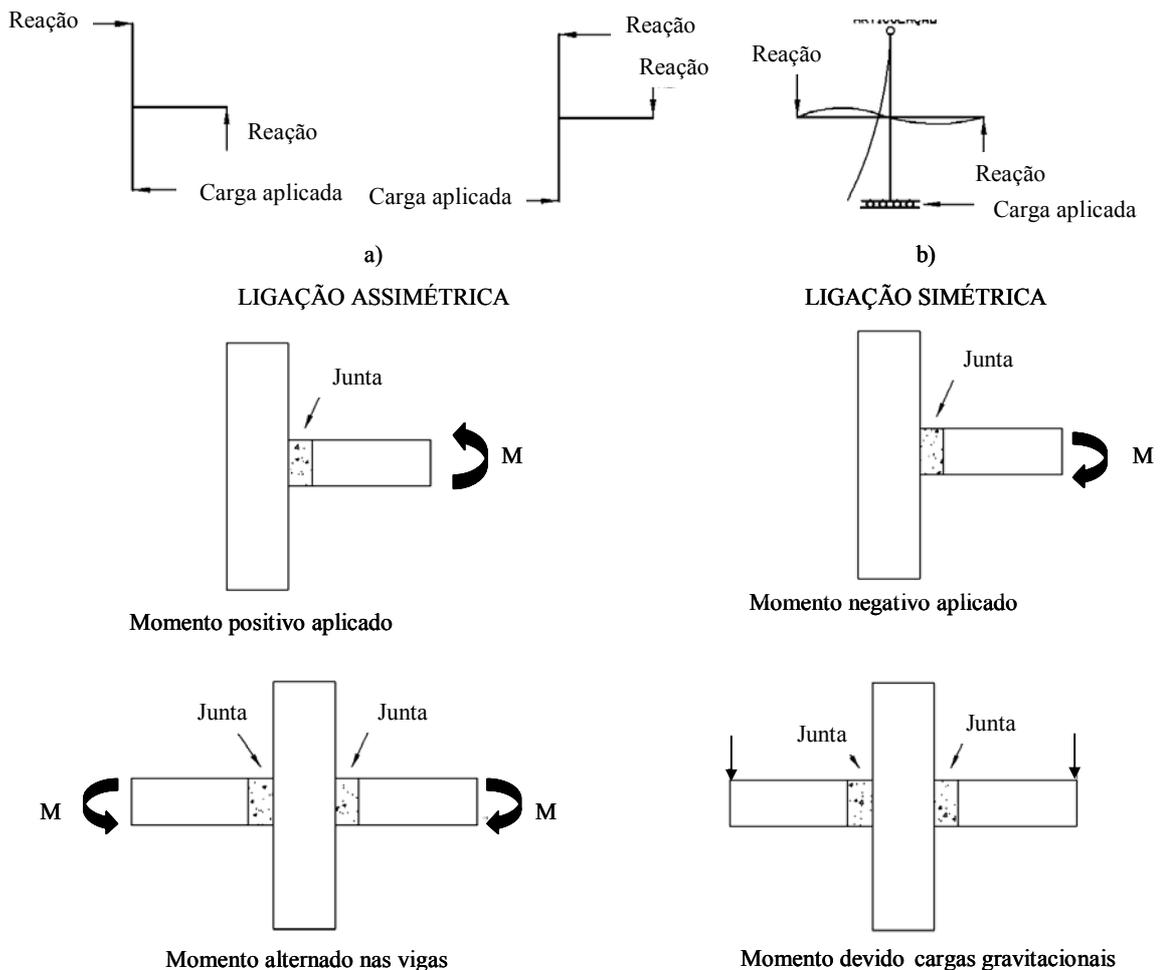


Figura 2-13: Carregamento da estrutura. [ELLIOTT (2003)]

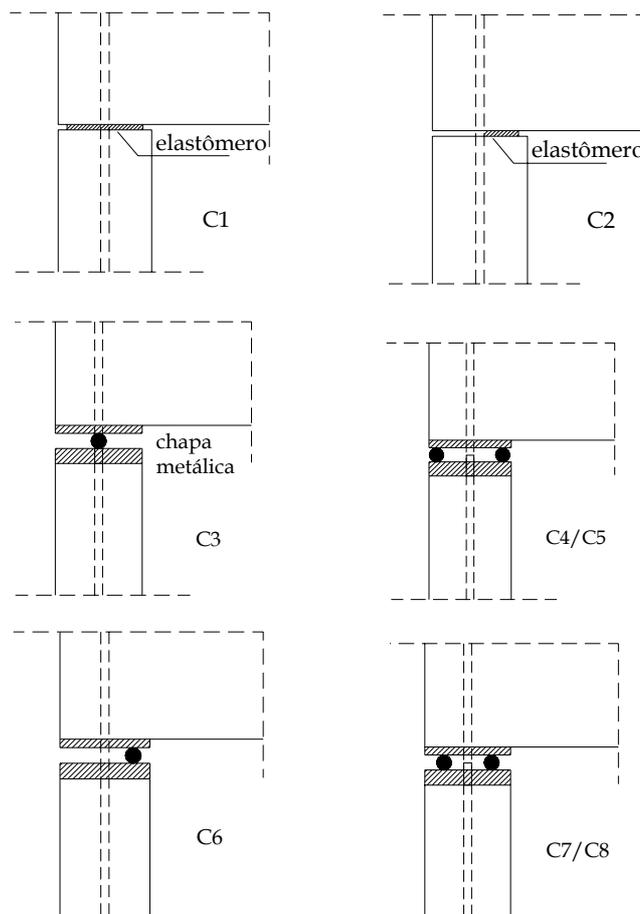
Com os ensaios mencionados, foi possível observar que a resistência e a rigidez ao momento fletor das ligações viga-pilar ensaiadas dependem: do tipo de conector utilizado; da geometria da estrutura e do modo de carregamento. Com relação ao tipo de conector utilizado, a chapa soldada e o consolo metálico forneceram melhores valores que cantoneiras e conectores inseridos. Com relação à geometria da estrutura, as ligações internas (simétricas) apresentaram melhor comportamento do que as ligações externas (assimétricas). Quanto ao modo de carregamento, carregamentos gravitacionais geraram melhor desempenho que carregamentos horizontais.

Com os gráficos de momento fletor-rotação observou-se que as estruturas assimétricas sob aplicação de carga horizontal apresentaram rigidez inicial elevada e em seguida um rápido comportamento dúctil. As estruturas simétricas, sob a aplicação do mesmo carregamento, apresentaram rigidez inicial menor do que as estruturas assimétricas, no entanto apresentaram momentos de plastificação superiores.

Comparando os carregamentos horizontais, considerando as ligações simétricas, com carregamentos apenas gravitacionais, ocorreu uma diminuição da resistência e rigidez da ligação. Isso pode ser explicado pelo fato de existirem momentos alternados nas vigas, que criaram grandes momentos no pilar.

Uma pesquisa realizada na Universidade Tecnológica de Tampere, na Finlândia, compreendeu estudos a respeito do comportamento semi-rígido de ligações viga-pilar de estruturas reticuladas de concreto pré-moldado, com um ou mais pavimentos. Tal pesquisa apresentou como objetivo, viabilizar o uso da rigidez parcial das ligações viga-pilar na análise das estruturas de concreto pré-moldado, conduzindo a uma economia de material (em pilares, ligações pilar-fundação e fundações) e de tempo de construção, e conseqüentemente a uma estrutura mais competitiva. Os resultados dessa pesquisa podem ser observados em KERONEN (1996).

KERONEN (1996) apresentou os resultados de ensaios em uma estrutura aporticada (com apenas um vão e um pavimento), em escala real, tendo como objetivo o estudo, na prática, do efeito do comportamento semi-rígido das ligações viga-pilar no deslocamento e no momento na base do pilar. Os tipos de ligações estudadas estão apresentados na figura 2-14. Esse tipo de estrutura é objeto de pesquisa da Universidade de Tampere desde 1983.



C4, C5 - sem e com protensão do chumbador, respectivamente  
 C7, C8 - sem e com protensão do chumbador, respectivamente

**Figura 2-14: Ligações viga-pilar ensaiadas por KERONEN (1996).**

Através dos resultados obtidos, o autor observou que as ligações realizadas com o emprego de componentes metálicos (correspondentes às ligações C4 e C5) possuíram maior rigidez, sendo os deslocamentos reduzidos em 90% e o momento na base do pilar reduzido em 70%, quando comparados com as articulações (correspondentes às ligações C3 e C6). Além disso, foi observado que quando se utilizou uma ligação viga-pilar com elastômero em toda sua extensão, ocorreu uma redução significativa dos deslocamentos (cerca de 60%) e no momento fletor na base dos pilares (cerca de 40%). Com esses resultados notou-se que o aparelho de apoio deve ser o maior possível, pois considerando um aparelho de apoio que abrange somente a metade da extensão da ligação, a redução correspondeu a apenas 30% nos deslocamentos e 20% no momento na base do pilar, comparando com as articulações.

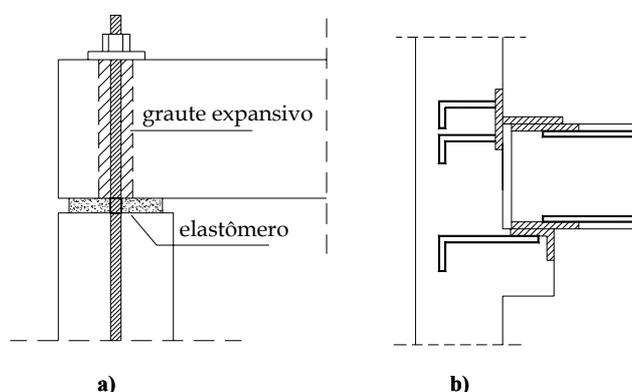
De acordo com KERONEN (1996), caso o aparelho de apoio pudesse ser substituído por uma placa metálica, a rigidez da estrutura poderia até mesmo ser duplicada. De acordo com o

autor, outra maneira de proporcionar um aumento na rigidez da estrutura foi através da protensão do chumbador. Porém, na prática, otimizar o tamanho da ligação metálica (C4 e C7) corresponde a uma tarefa mais econômica do que protender o chumbador.

O Manual FIB (*draft* 2003) para Ligações em Estruturas de Concreto Pré-Moldado, reflete os principais avanços na pesquisa de ligações pré-moldadas alcançados nos últimos 15 anos de pesquisa (principalmente na pesquisa realizada dentro do COST-C1 na Europa).

Existe pouca disponibilidade de dados experimentais no Brasil quanto ao estudo de ligações entre elementos pré-moldados. Na EESC-USP a pesquisa em ligações pré-moldadas teve início com BALLARIN (1993), que reuniu as bases de fundamentação teórica e apresentou as principais necessidades de pesquisa nessa área.

Em FERREIRA (1993) pode-se observar o desenvolvimento analítico de algumas expressões para a determinação da deformabilidade de alguns tipos de ligações de concreto pré-moldado. FERREIRA (1999) realizou um estudo experimental sobre dois tipos de ligações entre viga e pilar pré-moldados, com o intuito de observar o comportamento à torção, flexão e cisalhamento das mesmas. Essas ligações podem ser observadas na figura 2-15.



**Figura 2-15: Ligações viga-pilar estudadas por FERREIRA (1999)**  
**a) com almofada de elastômero e chumbador - (b) com chapa soldada.**

MIOTTO (2002) estudou dois tipos de ligações viga-pilar de concreto pré-moldado. O primeiro tipo de ligação com sistema estrutural de pórticos para telhado com duas águas, muito utilizada em galpões industriais, e o segundo tipo correspondeu a uma ligação utilizada em estruturas de edifícios com múltiplos pavimentos, ilustrada na figura 2-16.

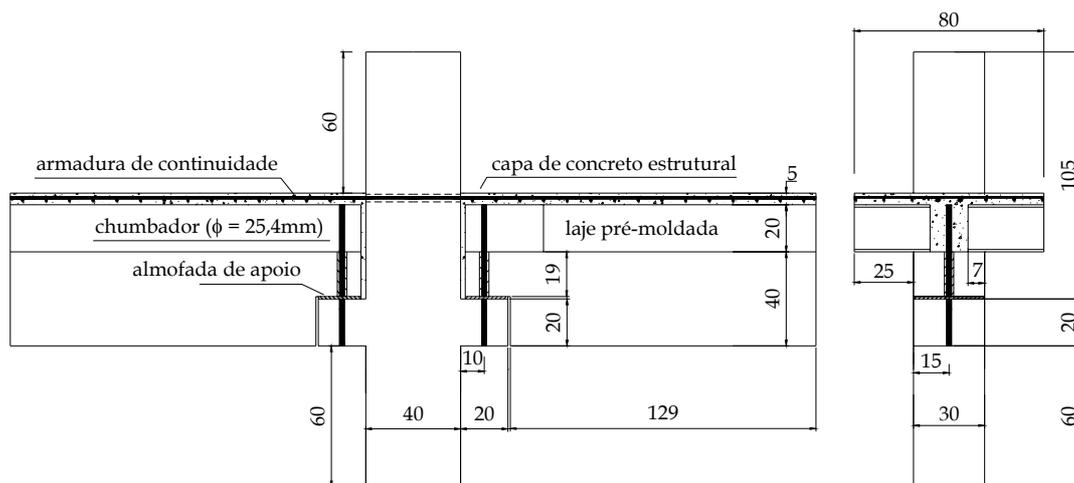


Figura 2-16: Segundo tipo de ligação ensaiado por MIOTTO (2002).

Através dos ensaios experimentais, MIOTTO (2002) chegou à conclusão que a primeira ligação teve um comportamento próximo ao de uma ligação perfeitamente rígida. Isso porque, para uma estrutura típica, ela transmitiu mais de 90% do momento equivalente ao de uma estrutura monolítica. Foi observado que ao considerar, na análise estrutural, a semi-rigidez na segunda ligação houve uma redução significativa do momento na base dos pilares mais solicitados, o que permite uma redução na armadura dos pilares e nas dimensões da fundação.

SOUZA (2006) investigou experimentalmente o comportamento de uma viga pré-moldada considerando o efeito da deformabilidade das ligações semi-rígidas no desempenho estrutural das vigas adjacentes conectadas, ou seja, quanto à redistribuição dos esforços e deslocamentos. Dessa forma, foi escolhida uma ligação viga-pilar típica com resistência à flexão (semelhante à empregada na presente pesquisa), sendo a ligação semi-rígida executada através da continuidade da armadura negativa, adquirida por meio de luvas rosqueadas.

Desse modo, em SOUZA (2006) foi realizado o ensaio de uma viga pré-moldada com ligações viga-pilar com apoio sobre consolo, a presença de chumbadores e armadura de continuidade passando no pilar com luvas rosqueadas. Nesse ensaio foi obtida a relação momento-rotação da ligação semi-rígida, sendo verificado, no meio do vão, o valor da flecha total considerando duas cargas concentradas correspondentes a 135 kN aplicadas em dois pontos distantes 100 cm entre si, além das medidas de curvatura no meio do vão e das rotações relativas viga-pilar. O arranjo do ensaio pode ser observado na figura 2-17.

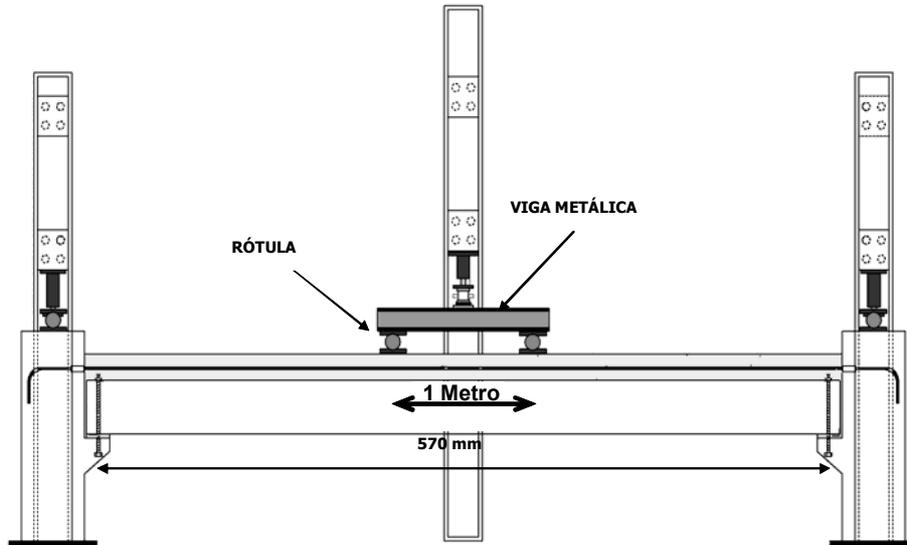


Figura 2-17: Arranjo do ensaio à flexão para a ligação viga-pilar. [SOUZA (2006)]

Considerando a pesquisa desenvolvida por SOUZA (2006), as medidas de curvatura foram obtidas através de transdutores e extensômetros elétricos de base removível. Entretanto, nessa pesquisa, ficou clara a eficiência dos extensômetros de base removível para a leitura de pequenas flechas, até o aparecimento de fissuras. A partir desse instante, os transdutores posicionados no centro da viga proporcionaram medidas mais eficazes, o que permitiu concluir que as fissuras próximas aos extensômetros atrapalharam as leituras dos mesmos. Ainda nesse mesmo ensaio, foi possível observar que as medidas de curvatura posicionando os transdutores na região dos consolos como indicado na figura 2-18 permitiram leituras eficazes.

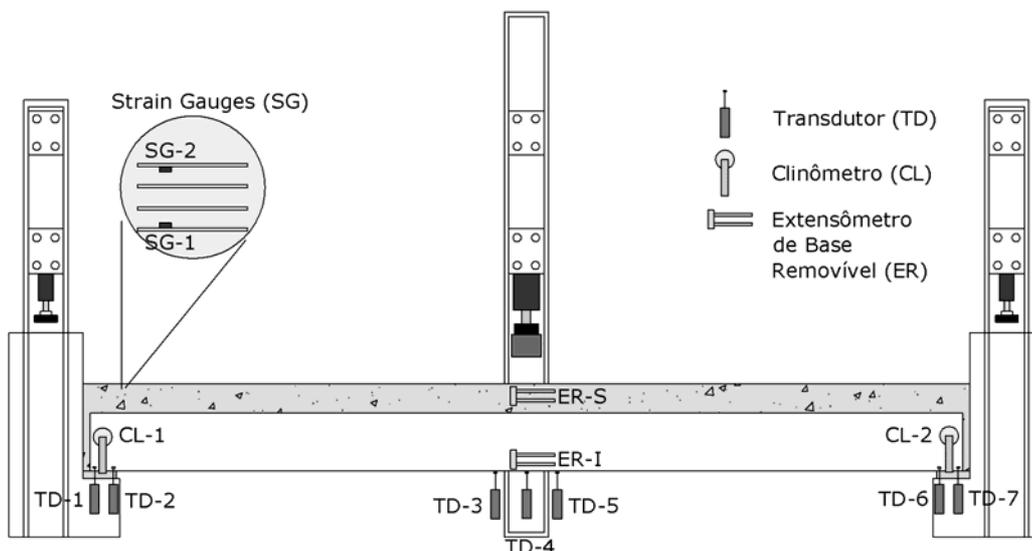


Figura 2-18: Instrumentação do modelo. [(SOUZA (2006))]

Além disso, em SOUZA (2006), o início da fissuração da ligação ocorreu com apenas 60 kN, o que não estava previsto. Acredita-se que devido ao fato das luvas rosqueadas na interface viga-pilar apresentarem uma superfície lisa, houve a perda de aderência, logo após a fissuração nessa interface, com escorregamento do concreto em relação às luvas rosqueadas, causando o aumento sensível da fissura localizada nessa região. Com o ensaio realizado em, foi possível observar que a fissura na ligação viga-pilar afetou as curvas da flecha e da curvatura no meio do vão da viga, demonstrando que a não linearidade da viga pré-moldada em concreto armado foi fortemente afetada pela não linearidade da ligação viga-pilar.

Dessa forma, de acordo com SOUZA (2006), o comportamento das vigas pré-moldadas de concreto armado foi fortemente influenciado pelo desempenho da rigidez à flexão das suas ligações viga-pilar. A complexidade do problema advém de tratar-se da interdependência entre duas não linearidades físicas, a primeira decorrente das diferentes configurações de fissuração ao longo da viga de concreto armado e a segunda decorrente da relação momento-rotação nas ligações viga-pilar.

Mesmo sendo a ligação dimensionada para resistir a 100% dos momentos elásticos no E.L.U (Estado Limite Último), em virtude das rotações relativas entre a viga e o consolo, a ligação apresentou um coeficiente de engastamento parcial correspondente a 53%, ou seja, a ligação foi capaz de absorver somente cerca de 53% do momento elástico (considerando o E.L.U), havendo um acréscimo de 170% no momento positivo no centro da viga. Apesar da viga ensaiada ter apresentado flechas com valores reduzidos, observou-se que a condição de engastamento parcial pode afetar sensivelmente a estabilidade global de estruturas pré-moldadas com mais de 5 pavimentos, em virtude do aumento dos deslocamentos de primeira ordem para ações horizontais. Devido a isso, SOUZA (2006) aponta para a necessidade de mais estudos nessa área, com o objetivo de possibilitar projetos mais adequados e seguros de estruturas pré-moldadas em esqueleto para múltiplos pavimentos.

### **2.3 Ligações Viga-Pilar**

Uma ligação deve possuir bom desempenho de resistência, rigidez e ductilidade. A resistência de uma ligação será determinada pela resistência de cada elemento que a compõe, a rigidez à flexão de uma ligação está relacionada com o momento fletor resistido por ela e a rotação ocorrida entre a viga e o pilar.

Segundo HANAI (2005), a ductilidade está relacionada com a capacidade do material ou da estrutura de sofrer deformações plásticas significativas antes da ruptura. Quando o material ou a estrutura possui pouca ou nenhuma ductilidade, é qualificado como frágil.

Uma ligação deve ser responsável pela transferência de esforços e quando corresponder a uma ligação resistente à flexão pode auxiliar na estabilidade global da estrutura.

De acordo com a norma NBR 9062:2006, as ligações podem ser consideradas como dispositivos utilizados para compor um conjunto estrutural, sendo destinadas a transmitir os esforços solicitantes nas várias fases de utilização, considerando as condições de projeto e preservando as condições de durabilidade em toda a vida útil da estrutura.

A ligação entre os elementos pré-moldados deve ser realizada com a finalidade de unir as peças à estrutura de apoio, permitir a transferência de esforços através dos nós, permitir a transferência de esforços para estabilizar a estrutura, garantir o efeito de diafragma, garantir a distribuição de cargas e garantir a ação de pórtico.

A execução das ligações corresponde a uma das atividades mais difíceis e caras na produção de estruturas pré-moldadas. Dessa forma, a escolha da ligação afeta o tempo de execução da mesma e o custo da construção, pois as facilidades na execução das ligações permitem uma redução no tempo de utilização de equipamentos para montagem e com isso, uma redução de custos.

As ligações dos elementos pré-moldados podem ser realizadas através de diferentes dispositivos mecânicos como: chumbadores, solda e transpasse de armadura com preenchimento de graute ou concreto.

A ligação não corresponde a um simples serviço de unir os elementos, mas deve ser realizada de forma a garantir a integridade da estrutura. Como as ligações irão determinar a configuração da estrutura, o desempenho da mesma estará vinculado ao desempenho das ligações. Devido a isso, o dimensionamento da estrutura como um todo (considerando o posicionamento dos elementos de contraventamento, o arranjo estrutural, o detalhamento das ligações e o projeto do sistema estrutural) deve ser realizado tendo como base o conhecimento do comportamento das ligações presentes na estrutura.

Segundo FERREIRA (1999), as ligações correspondem a regiões de descontinuidade que podem ou não mobilizar deslocamentos e esforços provenientes dos elementos por elas ligados, permitindo uma redistribuição desses esforços ao longo da estrutura, influenciando

no comportamento da mesma. Como as ligações se encontram em regiões críticas é necessária à utilização de ligações resistentes e que possuam rigidez e ductilidade, de forma a aproximar as estruturas pré-moldadas de estruturas moldadas no local.

### 2.3.1 Zonas de Distúrbio em Ligações

De acordo com o Manual da FIB (*draft* 2003), dentro de uma ligação pode haver diversas juntas conduzindo carga, sendo necessário realizar uma distinção entre juntas e ligações. Uma junta corresponde à interface entre dois ou mais elementos estruturais, onde a ação de forças (tração, cisalhamento e compressão) e ou momentos ocorrem. Uma ligação corresponde a uma união, composta de uma ou mais interfaces e partes de elementos adjacentes, projetados para resistir à ação de forças ou momentos. O projeto da ligação é, entretanto, realizado em função de ambos, elementos estruturais e das juntas entre eles. Isso é explicado na figura 2-19, para o caso de uma ligação viga-pilar, onde a zona da ligação se estende além da superfície de contato.

Dessa forma, uma ligação deve ser projetada para resistir a ações de forças e momentos, sendo necessária a consideração tanto dos elementos estruturais quanto dos mecanismos de transmissão de forças nas interfaces entre esses elementos.

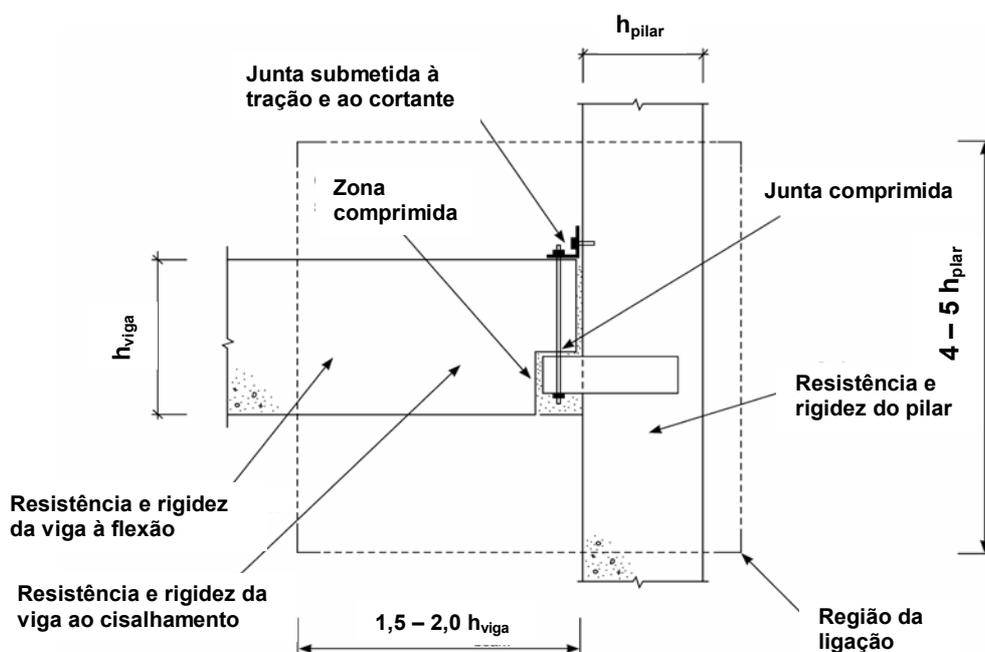


Figura 2-19: Região da ligação viga-pilar. [FIB (2003)]

De acordo com o Manual da FIB (*draft 2003*), ligações estruturais e zonas de ligações entre elementos pré-moldados, estão frequentemente sujeitas a alta concentração de forças e deslocamentos localizados. Quando tais forças são transferidas direto às ligações e aos elementos adjacentes, há uma grande distribuição de tensões através das seções. O desvio das forças (por exemplo: em mudança de direção) e a propagação de tensões, frequentemente conduzem a elevadas tensões transversais. Se a resistência à tração do concreto é alcançada, fissuras podem aparecer nessas zonas. No caso de detalhamento impróprio, tais fissuras podem resultar em estragos, os quais limitam a capacidade da ligação, ocasionando uma intensa falha na região do apoio. Nesse contexto, o Manual da FIB (*draft 2003*) considera apropriado fazer uma distinção entre as regiões dos elementos pré-moldados. Segundo o referido manual, existem regiões onde é possível considerar a linearidade da distribuição das deformações, de acordo com as hipóteses de Bernoulli. Entretanto, existem outras regiões, denominadas regiões de descontinuidade ou zonas de distúrbio, onde a distribuição das deformações se afasta consideravelmente de uma distribuição linear, onde métodos específicos são necessários para sua análise e projeto. Devido à descontinuidade geométrica nas ligações estruturais, as zonas de ligações podem ser consideradas como regiões de descontinuidade.

Assim, é possível observar vários exemplos de zonas de distúrbio na extremidade de elementos pré-moldados na figura 2-20.

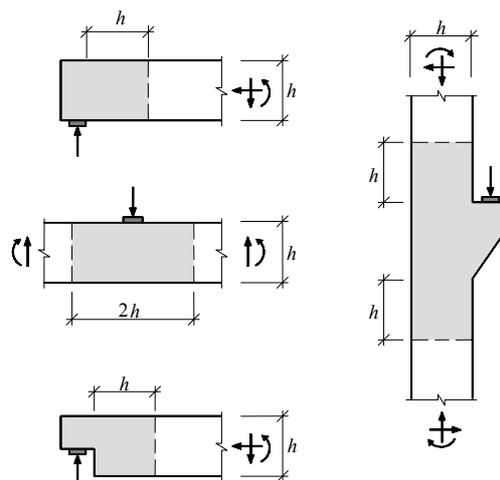


Figura 2-20: Exemplos de zonas de distúrbio em elementos pré-moldados. [FIB (2003)]

### 2.3.2 Mecanismos de Deformação das Ligações Viga-Pilar

De acordo com PCI (1986), que apresenta resultados de diversos ensaios realizados com vários tipos de ligações, os mecanismos de deformação das ligações viga-pilar com armadura de continuidade podem ser definidos em quatro situações.

- A ligação é projetada com armadura de continuidade com capacidade à flexão semelhante a capacidade dos elementos conectados.
- A ligação é projetada com armadura, que atravessa a interface viga-pilar, com capacidade à flexão inferior a capacidade da viga conectada.
- A ligação é projetada com armadura de cisalhamento insuficiente.
- A viga e o consolo são projetados com armadura de tirante insuficientes.

No primeiro caso, a ligação resistirá ao momento fletor e ocorrerá um espalhamento de fissuração na extremidade da viga ao longo da “região” da ligação, o que podemos chamar de formação de rótula plástica na extremidade da viga. Tal mecanismo é considerado como ideal, pois as fissuras se estendem ao longo de um trecho da viga, não se concentrando apenas na interface viga-pilar. No segundo caso, a rotação entre a viga e o pilar tenderá a se concentrar na ligação, devido a falta de armadura de flexão, e muitas vezes, devido a um grauteamento inadequado. Os dois primeiros casos podem ser observados na figura 2-21.

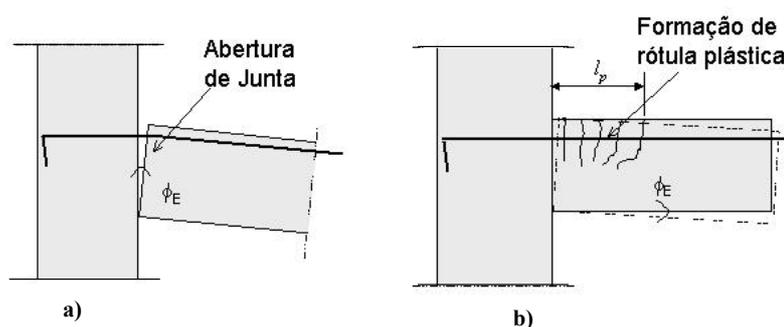


Figura 2-21: Mecanismos de deformação em ligações com armadura de continuidade a) Mecanismo de abertura de junta; b) Mecanismo de formação de rótula plástica. [FERREIRA (2001)]

No terceiro caso, ocorrerá fissuração na interface do concreto pré-moldado e o concreto moldado no local, devido a falta de armadura de cisalhamento (estribos) que garante o trabalho conjunto de ambos. No quarto caso, ocorrerá um fendilhamento nos cantos do

consolo e da viga, devido a falta de armadura de tirante no consolo e na viga. Esses quatro mecanismos de deformação das ligações podem ser observados na figura 2-22.

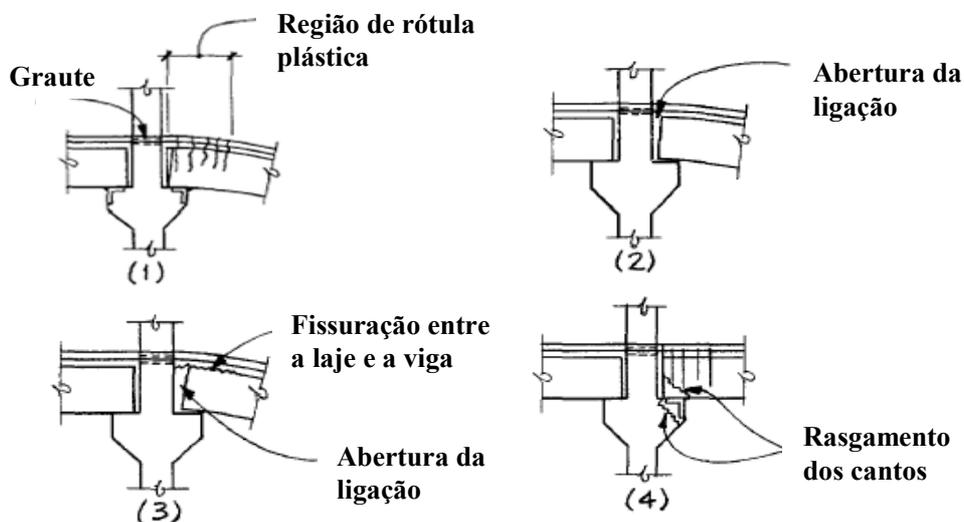


Figura 2-22: Mecanismos de fissuração em ligações com armadura de continuidade. [PCI (1986)]

De acordo com CHEOCK & LEW (1991), as ligações que apresentam um mecanismo de deformação com formação da rótula plástica na extremidade da viga apresentam maior capacidade de rotação e de dissipação de energia, possuindo ductilidade maior.

Assim, nota-se que o comportamento mecânico de uma ligação está relacionado diretamente a maneira como a ligação é projetada. No primeiro caso, a ligação é projetada considerando sua capacidade de resistir a momentos fletores, sendo que a rotação presente na extremidade da viga irá depender da distribuição da curvatura dentro da região de plastificação na extremidade da mesma. No segundo caso, pode-se notar que a ligação é projetada com pequenas armaduras que não apresentarão a função de resistir a momentos fletores, sendo a rotação relativa viga-pilar delimitada pela capacidade de alongamento ou ancoragem das barras tracionadas.

De acordo com FERREIRA (2001), onde foram realizados ensaios com o intuito de estudar o comportamento semi-rígido de uma ligação com apoio sobre camada de graute em cabeça de pilar com chumbadores verticais parafusados, pode-se observar o terceiro mecanismo de fissuração, caracterizado pela fissuração na região entre o concreto pré-moldado e o concreto moldado no local. O esquema da ligação pode ser observado na figura 2-23, e o mecanismo de fissuração pode ser claramente observado na figura 2-24.

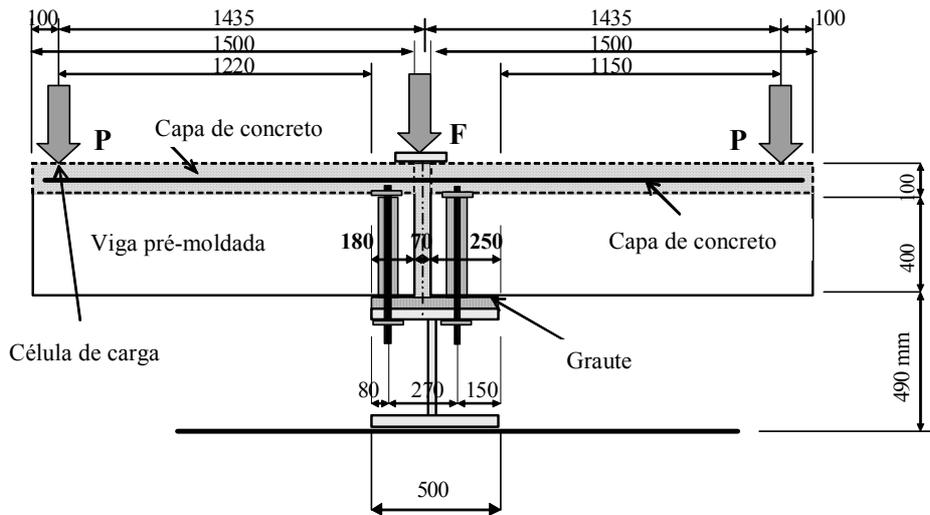


Figura 2-23: Esquema da ligação ensaiada em FERREIRA (2001).

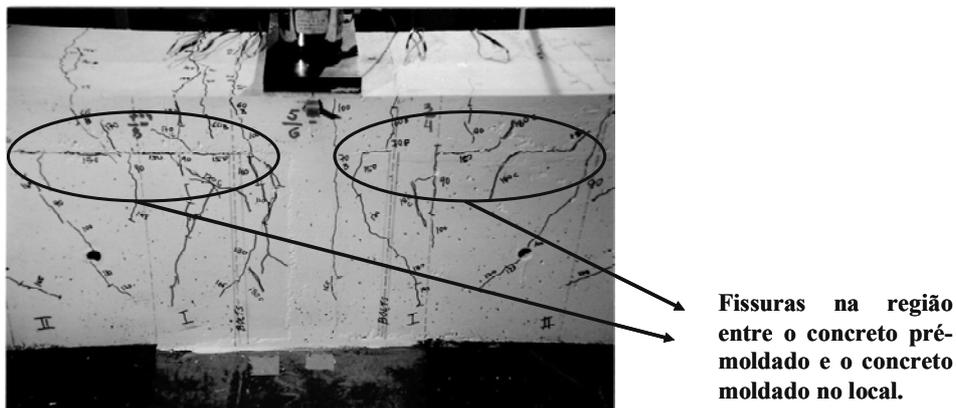


Figura 2-24: Fissuras nas vigas ensaiadas em FERREIRA (2001).

### 2.3.3 Fator de Restrição à Rotação $\alpha_R$

De acordo com a norma NBR 9062:2006, o fator de restrição à rotação  $\alpha_R$  define a rigidez relativa de cada ligação da extremidade do elemento conectado, sendo calculado da seguinte forma:

$$\alpha_R = \frac{1}{1 + \frac{3 \cdot (EI)_{\text{sec}}}{R_{\text{sec}} L_{\text{ef}}}} = \frac{\phi_1}{\phi_2} \quad (2-1)$$

onde:

$(EI)_{sec}$  : Rigidez secante da viga;

$L_{ef}$  : Vão efetivo entre apoios, distância entre centros de giros nos apoios;

$R_{sec}$  : Rigidez secante ao momento fletor da ligação viga-pilar.

De acordo com a mesma norma, o fator de restrição à rotação pode ser interpretado como a relação da rotação  $\phi_1$  da extremidade do elemento em relação à rotação combinada  $\phi_2$  do elemento e da ligação devido ao momento de extremidade, conforme a figura 2-25.

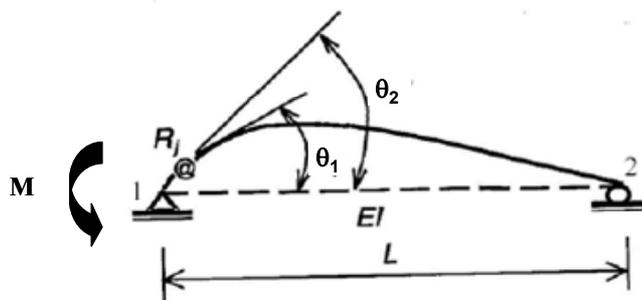


Figura 2-25: Fator de restrição à rotação. [NBR 9062:2006]

### 2.3.4 Classificação das Ligações Viga-Pilar

De acordo com o Manual de Ligações Estruturais da FIB (*draft* 2003), as ligações em estruturas pré-moldadas de concreto podem ser classificadas de acordo com o grau de engastamento como: rígidas, semi-rígidas ou articuladas, conforme pode ser observado na figura 2-26. Tais ligações estão descritas a seguir:

- Ligação rígida: possui elevada capacidade de restringir as rotações relativas entre a viga e o pilar.
- Ligação articulada: corresponde àquela que não possui capacidade de restrição às rotações relativas entre a viga e o pilar.
- Ligação semi-rígida: corresponde àquela que desempenha comportamento intermediário ao das ligações rígidas e articuladas, ou seja, uma ligação semi-rígida apresenta um

engastamento parcial que pode estar próximo da situação engastada ou da situação articulada.

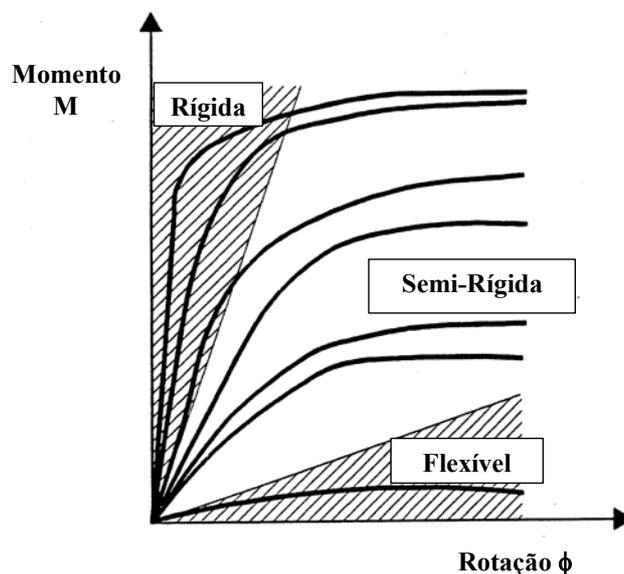


Figura 2-26: Classificação de ligações resistentes à flexão como rígidas, semi-rígidas ou articuladas segundo o Manual de Ligações Estruturais da FIB (*draft* 2003).

É usual, na prática de projeto de estruturas de concreto pré-moldado, considerar as ligações viga-pilar como articulações ou engastes. Na verdade, por serem ligações executadas entre elementos pré-moldados de concreto, elas possuem um comportamento semi-rígido (entre o engastado e o flexível). A consideração das ligações com esse efeito, recebe na literatura técnica a denominação de ligações semi-rígidas. O efeito das ligações na estrutura pré-moldada influencia, em particular: na redistribuição dos esforços ao longo dos elementos pré-moldados, nos deslocamentos laterais, na estabilidade global das estruturas não contraventadas e nas flechas locais das vigas com extremidades semi-rígidas.

O termo “ligações semi-rígidas” foi utilizado inicialmente na década de 30 nas estruturas metálicas, sendo incorporado no final dos anos 80 ao estudo das estruturas pré-moldadas. Tal notação, a princípio, está relacionada com a rigidez à flexão da ligação. O comportamento semi-rígido em uma ligação é caracterizado pela relação momento-rotação que é tratada mais adiante no item 2.3.5.

Segundo ELLIOTT (2002), a maior parte das ligações viga-pilar que possuem resistência à flexão (considerando estrutura com pilares contínuos) apresentam um comportamento

semi-rígido que corresponde a um comportamento intermediário entre o das ligações engastadas e das articuladas.

O fato de nas ligações semi-rígidas haver uma consideração das deformabilidades das ligações nas extremidades das vigas pré-moldadas, permite uma alteração na rigidez das mesmas, gerando uma redistribuição dos esforços e deslocamentos ao longo da estrutura global.

Um exemplo de ligação semi-rígida corresponde a uma ligação com pino e armadura de continuidade passante no pilar contínuo, tendo o preenchimento de graute (argamassa que possui consistência fluida, dispensando o adensamento, atinge altas resistências iniciais e finais e apresenta expansão controlada) no local para a ligação negativa, que pode ser observada na figura 2-27.

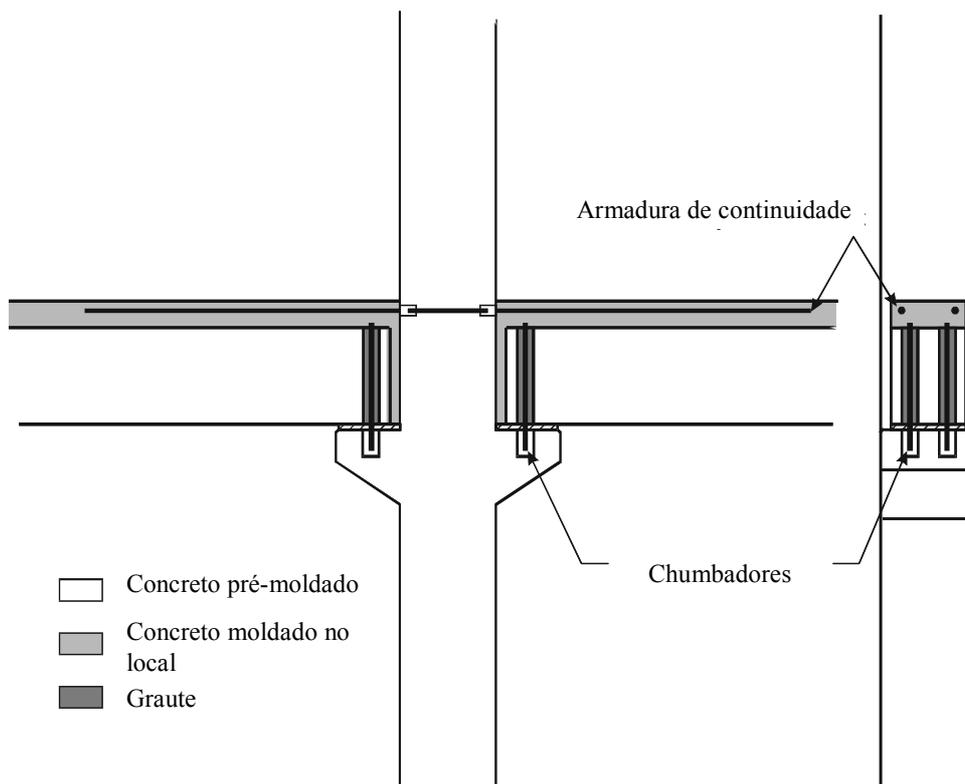
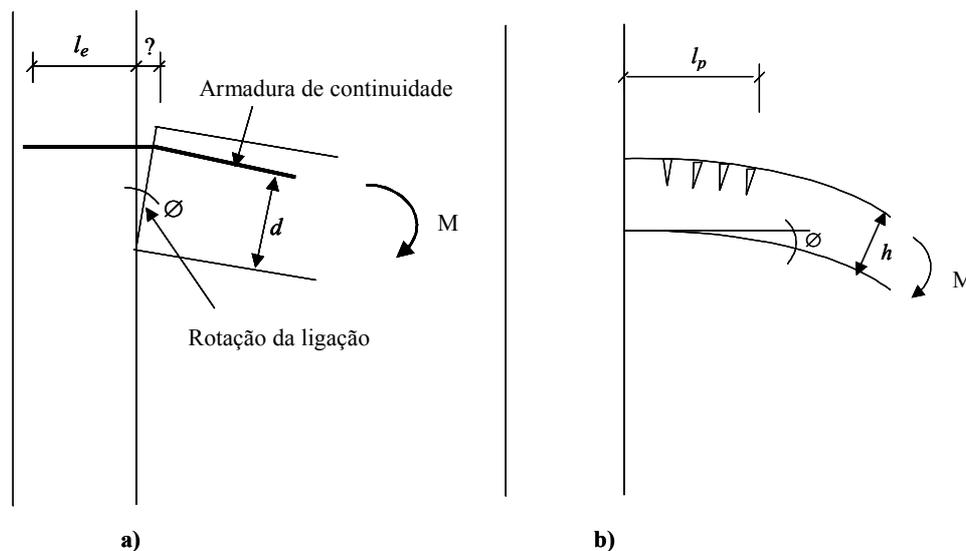


Figura 2-27: Ligação considerada como semi-rígida segundo o Manual de Ligações da FIB (draft 2003).

Em geral, as ligações resistentes à flexão são utilizadas com a finalidade de: estabilizar e aumentar a rigidez em pórticos pré-moldados; diminuir a altura dos elementos resistentes à flexão; distribuir momentos de segunda ordem para as vigas e lajes, e conseqüentemente reduzir os momentos no pilar e aumentar a resistência ao colapso progressivo.

Segundo o FIB (2003), uma ligação resistente à flexão deve ser projetada de tal forma que apresente falha dúctil e cuja capacidade não esteja limitada por tensões de cisalhamento, por comprimentos curtos de solda ou por outros detalhes similares que podem conduzir a fragilidade.

Como indicado na figura 2-28, as ligações rígidas e semi-rígidas podem ser classificadas de acordo com a transferência de momentos fletores em: ligação com resistência completa e ligação com resistência parcial.



**Figura 2-28: Casos extremos de comportamento mecânico: a) ligações com pouca armadura de continuidade, onde a rotação se concentra na interface viga-pilar. b) ligações com resistência à flexão da mesma ordem do elemento estrutural, onde as fissuras são espalhadas em toda a região da ligação na extremidade da viga. [FERREIRA & ELLIOTT (2002) e FIB (2003)]**

A ligação com resistência completa corresponde àquela que possui uma capacidade de resistir a esforços compatíveis com a capacidade de restringir os deslocamentos entre os elementos conectados por ela, ao passo que a ligação com resistência parcial não possui a capacidade de resistir a esforços compatíveis com a capacidade de restringir os deslocamentos relativos, podendo plastificar antes dos elementos estruturais.

Segundo o EUROCODE 3 (1992), para o caso de estruturas contraventadas, os valores limites mínimos da rigidez para que a ligação seja considerada como rígida são dados pelas expressões:

Para estruturas contraventadas, os valores limites são:

$$R_{\text{rig}} \geq \frac{8.E_C.I}{L} \quad (2-2)$$

$$R_{\text{rig}} > R_{\text{semirig}} \geq \frac{(0,5.E_C.I)}{L} \rightarrow \frac{0,5.E_C.I}{L} \leq R_{\text{semirig}} \leq \frac{8.E_C.I}{L} \quad (2-3)$$

Para pórticos não contraventados, os valores limites são:

$$\frac{0,5.E_C.I}{L} \leq R_{\text{semirig}} \leq \frac{25.E_C.I}{L} \quad (2-4)$$

onde:

$R_{\text{rig}}$  : Rigidez da ligação rígida;

$R_{\text{semirig}}$  : Rigidez da ligação semi-rígida.

Segundo um sistema de classificação proposto por BJORDHODVE (1990), os valores limites, para a rigidez da ligação, são relacionados com a altura da viga (h) através das seguintes expressões:

$$R_{\text{rig}} \geq \frac{E_C.I}{2h} \quad (2-5)$$

$$R_{\text{rig}} > R_{\text{semirig}} \geq \frac{(E_C.I)}{(10.h)} \quad (2-6)$$

Em FERREIRA (2003), foi proposta uma classificação para as ligações viga-pilar, com a identificação de cinco zonas, sendo as ligações semi-rígidas subdivididas em três zonas de projeto. As zonas identificadas por essa classificação correspondem a:

- Zona I → ligação articulada com o fator de restrição  $0 < \alpha_R < 0,14$
- Zona II → ligação semi-rígida com baixa resistência fator de restrição  $0,14 < \alpha_R < 0,4$
- Zona III → ligação semi-rígida com média resistência e fator de restrição  $0,4 < \alpha_R < 0,67$
- Zona IV → ligação semi-rígida com alta resistência e fator de restrição  $0,67 < \alpha_R < 0,9$
- Zona V → ligação rígida com fator de restrição  $\alpha_R \geq 0,9$

As zonas podem ser observadas na figura 2-29.

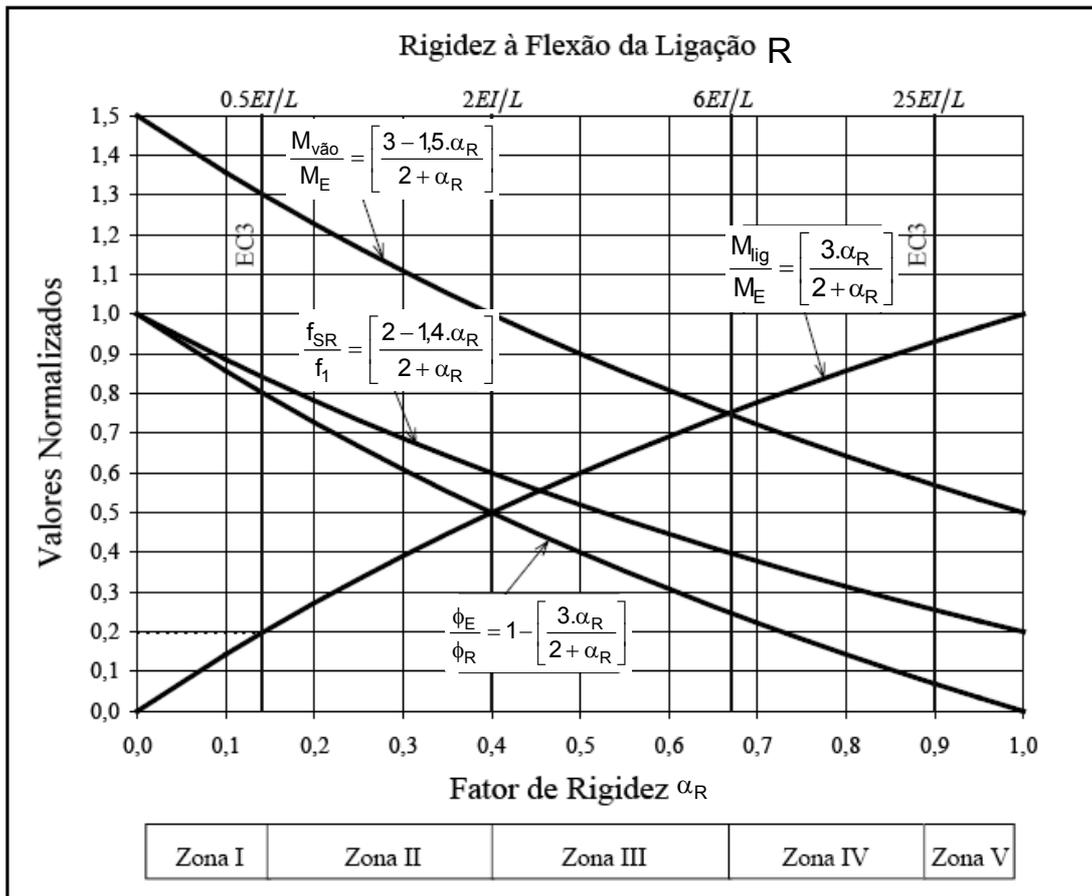


Figura 2-29: Sistema de classificação para ligações semi-rígidas. [FERREIRA (2003)]

Foi escolhido o valor do fator de restrição ( $\alpha_R$ ) como sendo igual a 0,4 para diferenciar as ligações semi-rígidas com baixa resistência à flexão das ligações semi-rígidas com média resistência, devido ao fato de que quando  $\alpha_R > 0,4$  as ligações semi-rígidas mobilizam mais de 50% do momento de engastamento. Para distinguir entre as ligações semi-rígidas com média resistência à flexão das com alta resistência à flexão, foi escolhido o valor do fator de restrição como sendo igual a 0,67, pois acima desse valor, os momentos nas extremidades da viga são maiores do que o momento no meio do vão.

É importante ressaltar que as equações expressas na figura 2-29 se referem a uma viga submetida a carregamento uniformemente distribuído e com ligações nas extremidades.

De acordo com a NBR 9062:2006 as ligações podem ser classificadas como indicado na tabela 2-2 e na tabela 2-3.

Tabela 2-2: Classificação das ligações de acordo com a rigidez. [NBR 9062:2006]

Comportamento no apoio	Estruturas contraventadas	Estruturas não contraventadas
Articulado	$R_{sec} \leq \frac{0,5(EI)_{sec}}{L_{ef}}$	$R_{sec} \leq \frac{0,5(EI)_{sec}}{L_{ef}}$
Semi-rígido	$\frac{0,5 \cdot (EI)_{sec}}{L_{ef}} < R_{sec} \leq \frac{8(EI)_{sec}}{L_{ef}}$	$\frac{0,5 \cdot (EI)_{sec}}{L_{ef}} < R_{sec} \leq \frac{20(EI)_{sec}}{L_{ef}}$
Rígido	$R_{sec} \geq \frac{8(EI)_{sec}}{L_{ef}}$	$R_{sec} \geq \frac{20(EI)_{sec}}{L_{ef}}$

Tabela 2-3: Classificação das ligações de acordo com o fator de restrição à rotação. [NBR 9062:2006]

Comportamento no apoio	Estruturas contraventadas	Estruturas não contraventadas
Articulado	$\alpha_R \leq 0,15$	$\alpha_R \leq 0,15$
Semi-rígido	$0,15 < \alpha_R \leq 0,70$	$0,15 < \alpha_R \leq 0,85$
Rígido	$\alpha_R \geq 0,70$	$\alpha_R \geq 0,85$

### 2.3.5 Determinação Teórica da Relação Momento-Rotação

A rigidez de uma ligação está relacionada com o momento fletor resistido por ela e a rotação relativa viga-pilar causada por esse momento. Dessa forma, a rigidez de uma ligação pode ser obtida pelo gradiente da curva momento-rotação.

Entretanto, para a obtenção da rigidez à flexão de ligações entre elementos pré-moldados é necessária a realização de ensaios experimentais, pois diferentemente das estruturas de concreto armado, o pré-moldado não possui modelos analíticos consagrados pela literatura para obtenção da relação momento-rotação nas ligações viga-pilar.

Devido à complexidade do comportamento da ligação, é difícil o desenvolvimento de equações que representem o comportamento semi-rígido das ligações pré-moldadas.

Para uma ligação ter capacidade de transmitir grande quantidade de flexão é importante que, tanto a ligação, como a viga, possuam rigidez à flexão, ou seja, a rigidez de uma ligação não pode ser caracterizada somente pela relação momento-rotação, mas também pela rigidez da viga ligada a ela. Assim, a rigidez pode ser expressa de forma adimensional como a razão entre a rigidez da ligação e a rigidez da viga adjacente. Essa rigidez relativa entre ligação e viga é denominada de rigidez equivalente e pode ser obtida da seguinte forma:

$$R_s = \frac{R.L}{4.E.I} \quad (2-7)$$

onde:

$R_s$  : rigidez equivalente;

$I$  : momento de inércia da viga;

$L$  : vão efetivo da viga;

$R$  : rigidez da ligação viga-pilar.

A relação entre o fator de restrição  $\alpha_R$  e a rigidez equivalente  $R_s$  é dada por:

$$R_s = \frac{3\alpha_R}{4(1-\alpha_R)} = 0,75 \cdot \frac{\alpha_R}{(1-\alpha_R)} \quad (2-8)$$

Com essa expressão pode-se observar que quanto maior o fator de restrição maior será a rigidez equivalente, ou seja, quando  $\alpha_R$  tende a seu valor máximo igual a 1 a rigidez equivalente tende ao  $\infty$ .

A rigidez secante de uma ligação corresponde a relação entre o momento fletor e a rotação relativa viga-pilar no início do escoamento da armadura de continuidade. Assim, a rigidez secante pode ser determinada através da seguinte fórmula:

$$R_{sec} = \frac{M_{RC}}{\phi_C} \quad (2-9)$$

Onde:

$M_{RC}$  : momento resistente da ligação no limite do escoamento da armadura tracionada;

$\phi_C$  : rotação relativa viga-pilar devida ao momento  $M_{RC}$ ;

$R_{sec}$  : rigidez secante.

Com a curva momento-rotação pode-se determinar a rigidez secante de uma ligação. Através da obtenção do momento de escoamento da armadura ( $M_y = M_{RC}$ ), traça-se a reta secante a curva momento-rotação da ligação ligando a origem do gráfico ao ponto

correspondente ao  $M_y$ . Desde que  $M \leq M_y$ , a rigidez secante será a mínima rigidez possível no projeto para a ligação ao longo da vida útil da estrutura.

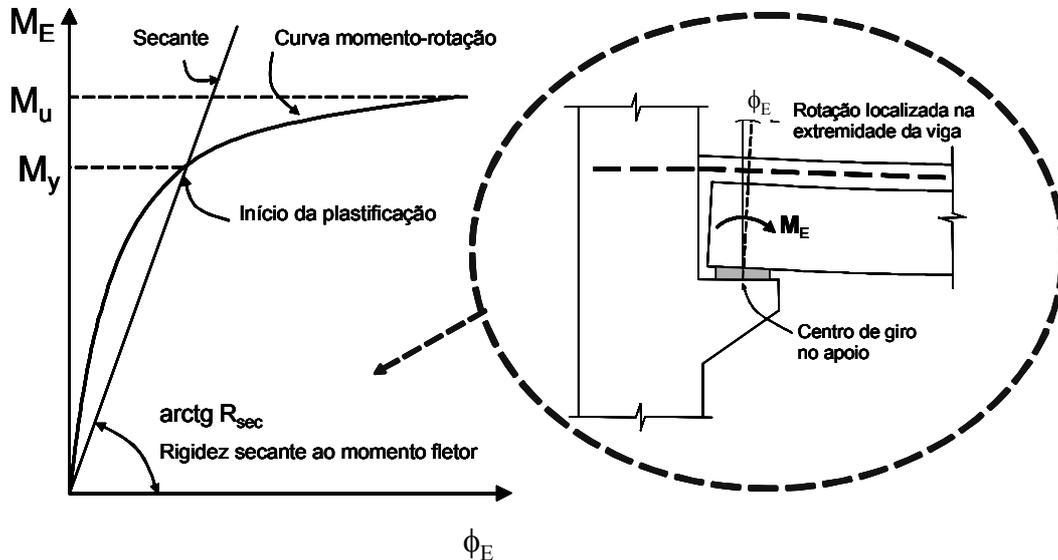


Figura 2-30: Rigidez secante para a relação momento-rotação. [FERREIRA (2003)]

Em geral, a relação momento-rotação em uma ligação viga-pilar em concreto pré-moldado apresenta um comportamento não linear, mesmo antes da primeira plastificação da ligação. Entretanto, a linearização da relação momento-rotação pode ser feita por meio da consideração da rigidez secante.

De acordo com FERREIRA *et al* (2003), a utilização da rigidez secante da ligação é uma aproximação segura para representar o comportamento da ligação dentro da avaliação da estabilidade global da estrutura. Além desse fator, a utilização da rigidez secante é recomendada pelas seguintes razões:

- A possibilidade da aplicação das ações majoradas em um único passo;
- A rigidez secante representa o comportamento médio de como a ligação chegou até o nível presente de carregamento;
- A rigidez secante para a relação momento-rotação da ligação cobre todos os efeitos dos carregamentos e descarregamentos prévios ao longo da vida útil da estrutura até chegar ao estado de solicitação e da relação atual momento-rotação;
- Se a rigidez tangente inicial for utilizada, a análise dos deslocamentos da estrutura será errônea.

FERREIRA *et al.* (2002), propôs que a rigidez secante à flexão negativa, para as ligações com armadura de continuidade, pode ser obtida pela expressão:

$$R_{\text{sec}} = \frac{M_y}{\phi_C} = \left[ \frac{l_e}{0,9 \cdot E_s \cdot A_s \cdot d^2} + \frac{l_p}{E_{cs} \cdot I_{II}} \right]^{-1} \quad (2-10)$$

Sendo:

$$M_y = 0,9 \cdot A_s \cdot f_{yk} \cdot d \quad \phi_C = \left[ \frac{M_y}{E_{cs} \cdot I_{II}} \cdot l_p + \frac{f_{yk}}{E_s \cdot d} \cdot l_e \right] \quad (2-11)$$

onde:

$l_p$  : comprimento da região da ligação;

$l_e$  : comprimento de embutimento dentro do pilar;

$d$  : altura efetiva na extremidade da viga;

$E_s$  : módulo de elasticidade do aço;

$I_{II}$  : momento de inércia da seção homogeneizada fissurada no estágio II;

$E_{cs}$  : módulo secante do concreto, equivalente a  $E_{cs} = 0,85 \cdot E_c$ ;

$A_s$  : área de armadura negativa passante no pilar.

De acordo com FERREIRA *et al.* (2003), a expressão geral que representa o desenvolvimento da relação momento-rotação para  $0 \leq M \leq M_y$  corresponde a seguinte:

$$\phi = \left[ \left( \frac{M}{E_c \cdot I_{eq}} \right) \cdot l_p + \left( \frac{\sigma_s}{E_s \cdot d} \right) \cdot l_e \right] \cdot \left( \frac{M}{M_y} \right)^{0,5} \quad (2-12)$$

onde:

$I_{eq}$  : corresponde ao momento de inércia equivalente da ligação, dado por:

$$I_{eq} = \left( \frac{M_r}{M_a} \right)^3 \cdot I_I + \left[ 1 + \left( \frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right] \cdot I_{II} \quad (2-13)$$

sendo:

$M_r$  : momento de fissuração;

$M_a$  : momento atuante.

$\sigma_s$  : corresponde a tensão na armadura obtida pela seguinte expressão:

$$\sigma_s = \frac{M}{A_s \cdot z_{eq}} \quad (2-14)$$

onde:

$$z_{eq} = d - \frac{1}{3} \left[ x_I \cdot \left[ 1 - \left( \frac{M}{M_y} \right)^{0,5} \right] + x_{II} \cdot \left( \frac{M}{M_y} \right)^{0,5} \right] \quad (2-15)$$

sendo:

$x_I$  : posição da linha neutra no estágio I;

$x_{II}$  : posição da linha neutra no estágio II;

$z_{eq}$  : z intermediário entre o estágio I e II.

O comprimento  $l_p$  depende da altura da viga, da posição do centro de rotação na ligação e do caminho das forças internas na extremidade da viga (figura 2-31). Para ligações típicas o comprimento  $l_p$  pode ser obtido pelo comprimento do consolo somado a altura útil na extremidade da viga sobre o apoio.

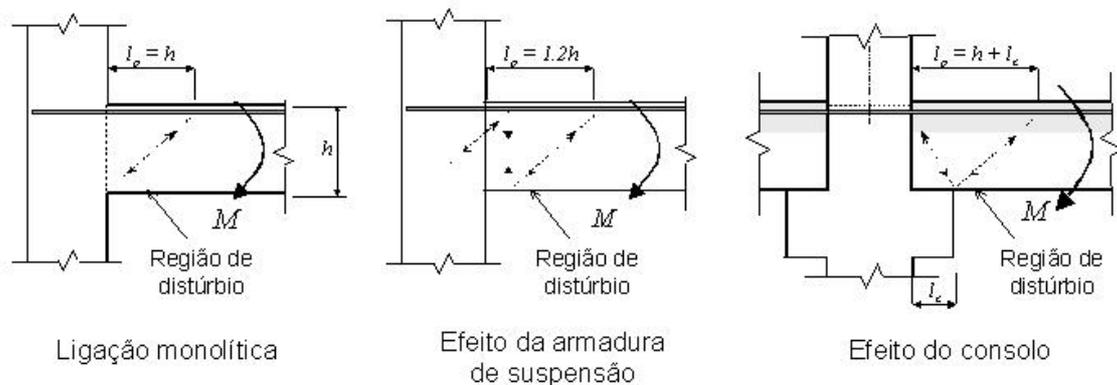


Figura 2-31: Regiões de distúrbio na extremidade de ligações viga-pilar. [FERREIRA (2001)]

A consideração do comprimento de embutimento  $l_e$  difere para pilares com ligação em apenas um lado e para pilares com ligações nos dois lados, conforme ilustrado na figura 2-32. Devido a esse fator, em geral ligações com vigas duplas (centrais) tendem a ser mais rígidas do que ligações com apenas uma viga (periféricas). Por outro lado, ligações duplas com momentos negativos em ambos os lados conduzem a uma rigidez maior do que ligações duplas com momentos reversos (negativo de um lado e positivo do outro) causados por ações laterais na estrutura. Tais efeitos são confirmados por resultados experimentais avaliados em ELLIOTT *et al.* (1998).

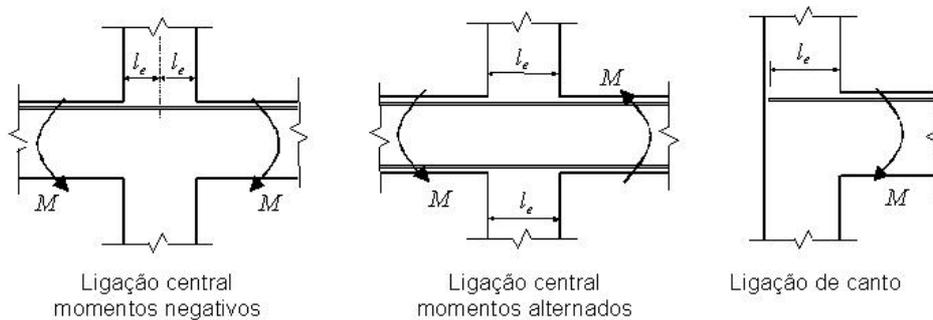


Figura 2-32: Variações na consideração do comprimento de embutimento  $\lambda_e$ . [FERREIRA (2001)]

De acordo com FERREIRA (2003), quando se considera a rigidez secante para a realização da análise estrutural, deve-se considerar a não linearidade física dos elementos pré-moldados para o cálculo do fator de restrição (mesmo para a classificação da ligação). Dessa forma, em FERREIRA (2003), são sugeridos valores para a redução das rigidezes das vigas e dos pilares, para a realização de uma consideração aproximada da não-linearidade física. Esses valores podem ser observados na tabela 2-4.

Tabela 2-4: Fatores de redução de rigidez dos elementos. [FERREIRA (2003)]

Ligação viga-pilar		Rigidez dos elementos estruturais	
Tipo	Fator de restrição	Viga	Pilar
Articulada	$0 \leq \alpha_R \leq 0.14$	$(EI)_{sec} = (1.0).E_{ci}.I_c$	$(EI)_{sec} = (0.4).E_{ci}.I_c^{(1)}$ $(EI)_{sec} = (0.5).E_{ci}.I_c^{(2)}$
Semi-rígida	$0.14 \leq \alpha_R \leq 0.67$	$(EI)_{sec} = (0.4).E_{ci}.I_c$	$(EI)_{sec} = (0.7).E_{ci}.I_c$
Semi-rígida e rígida	$0.67 \leq \alpha_R \leq 1.0$	$(EI)_{sec} = (0.4).E_{ci}.I_c$	$(EI)_{sec} = (0.8).E_{ci}.I_c$

<sup>(1)</sup> Valor recomendado em EL DEBS (2000), de acordo com o PCI DESIGN HANDBOOK (2001), para pilares que atuam como hastes engastadas na base.

<sup>(2)</sup> Alternativamente, dentro da hipótese do pilar atuar como uma viga em balanço, a NBR 6118:2001 recomenda o valor  $(EI)_{sec} = (0.5).E_{ci}.I_c$  para vigas com  $A_s = A_s$ .

O cálculo da rigidez secante  $[(E.I)_{sec}]$  de uma viga protendida deve ser realizado sem a utilização dos fatores de redução apresentados na tabela 2-4. No caso de vigas protendidas o cálculo da sua rigidez secante (considerando a fissuração no estado limite último) deve ser realizado através da equação de Branson.

### 2.3.6 Método *Beam-Line*

O método *Beam-Line*, inicialmente foi desenvolvido por Batho & Rowan em 1934 para a utilização no estudo das ligações semi-rígidas em estruturas metálicas. Esse método é utilizado para determinar, de forma aproximada, a resistência requerida da ligação através da consideração de sua rigidez. A resistência determinada é compatível com o comportamento elástico da viga e com a rigidez da ligação.

A reta denominada *Beam-Line*, é obtida através da determinação de dois pontos, que ligam as situações de engastamento perfeito e de articulação perfeita nas extremidades da viga.

A situação de engastamento perfeito corresponde àquela em que não há rotação na ligação com a extremidade da viga qualquer que seja o momento fletor resistido pela ligação. A situação de articulação perfeita corresponde àquela em que a ligação não é capaz de resistir aos momentos fletores ficando suscetível ao giro. A ligação semi-rígida por sua vez, possui um comportamento intermediário às ligações descritas, ao mesmo tempo em que resiste a uma parcela de momentos fletores também permite certa rotação entre a viga e o pilar. O comportamento das ligações citadas pode ser observado na figura 2-33.

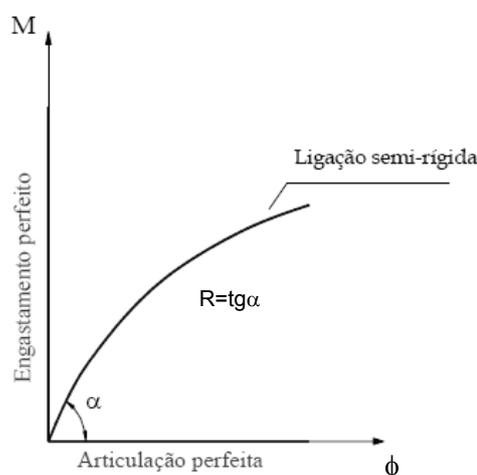


Figura 2-33: Curva momento fletor-rotação. [MIOTTO (2002)]

Assim, a reta *Beam-Line* pode ser traçada através da união entre o ponto correspondente ao momento de engastamento perfeito ( $M^P$ ), na situação de engastamento perfeito e o ponto correspondente ao momento nulo com a rotação de uma rótula perfeita ( $\phi_{rot}$ ), na situação de articulação perfeita. A determinação da reta *Beam-Line* pode ser observada na figura 2-34.

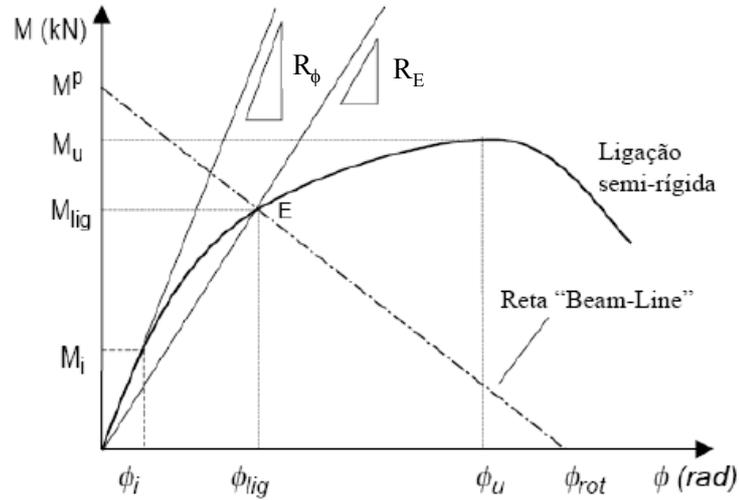


Figura 2-34: Reta *Beam-Line* com a curva Momento-rotação da ligação. [FERREIRA (1999)]

O ponto E da reta *Beam-Line* corresponde ao ponto onde existe a compatibilização entre o giro da extremidade da viga com o giro relativo entre a viga e o pilar. A ligação deve ser capaz de suportar pelo menos o momento correspondente ao ponto E indicado. Com a determinação da reta *Beam-Line* é possível identificar o local da ruptura, se a ruptura ocorreu na ligação ou na viga.

Se para uma determinada ligação viga-pilar semi-rígida for constatado que a ruptura da ligação ocorreu antes de alcançar o ponto E, pode-se dizer que a ruptura ocorreu na ligação e não na viga, como é o caso da ligação B ilustrada na figura 2-35. Caso contrário, sendo constatado que a ligação rompeu após ter alcançado o ponto E, pode-se dizer que a ruptura ocorreu na viga, como é o caso da ligação A ilustrada na figura 2-35.

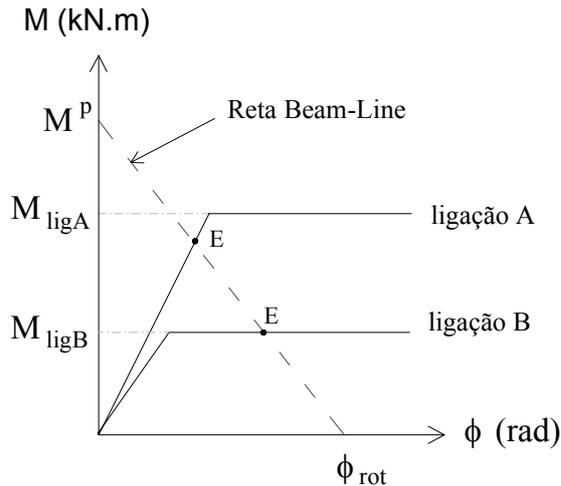


Figura 2-35: Ilustração do comportamento de diferentes ligações, com ruptura na ligação (ligação B) e com ruptura na viga (ligação A).

Teoricamente, os valores correspondentes ao momento fletor na ligação ( $M_{lig}$ ) e a rotação específica de uma ligação ( $\phi_{lig}$ ) podem ser determinados graficamente, considerando a rigidez da ligação e da viga, através da interseção da reta correspondente a rigidez secante da ligação com a reta *Beam Line*, como pode ser observado na figura 2-36.

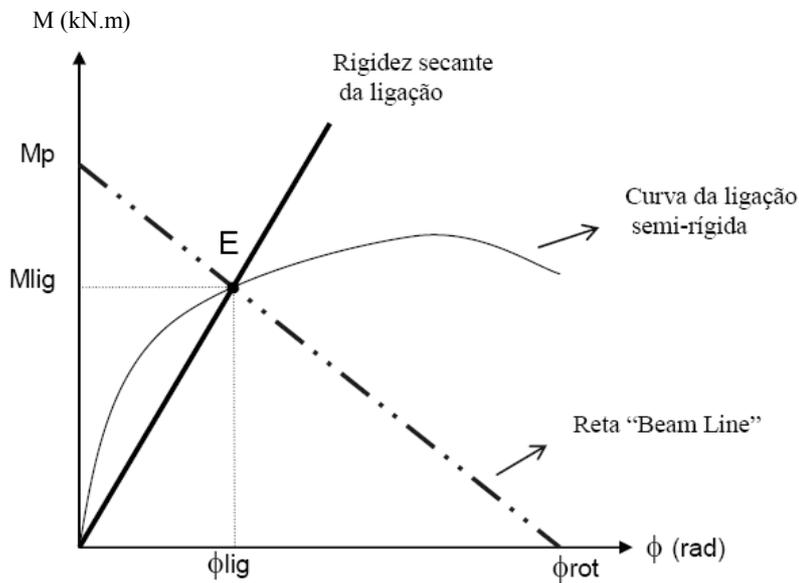


Figura 2-36: Obtenção dos valores  $\phi_{lig}$  e  $M_{lig}$  através da rigidez secante da ligação semi-rígida.

No caso da presente pesquisa, com aplicação para as vigas protendidas, a representação da reta *Beam-Line* poderá considerar a seção bruta da viga para o Estado Limite de Serviço, mas a relação momento-rotação da ligação viga-pilar deverá ser não linear.

## 2.4 Tipologia de Ligações Viga-Pilar

De acordo com o PCI (1988), considerando a tipologia construtiva, as ligações viga-pilar basicamente podem ser:

- 1) Ligação com pino de encaixe;
- 2) Ligação com parafuso;
- 3) Ligação com solda;
- 4) Ligação com perfil metálico de encaixe;
- 5) Ligação com emenda da armadura e concreto moldado no local;
- 6) Ligação com cabos de protensão.

A figura 2-37 ilustra algumas configurações (GC = *girder-column* – viga mestra-pilar)

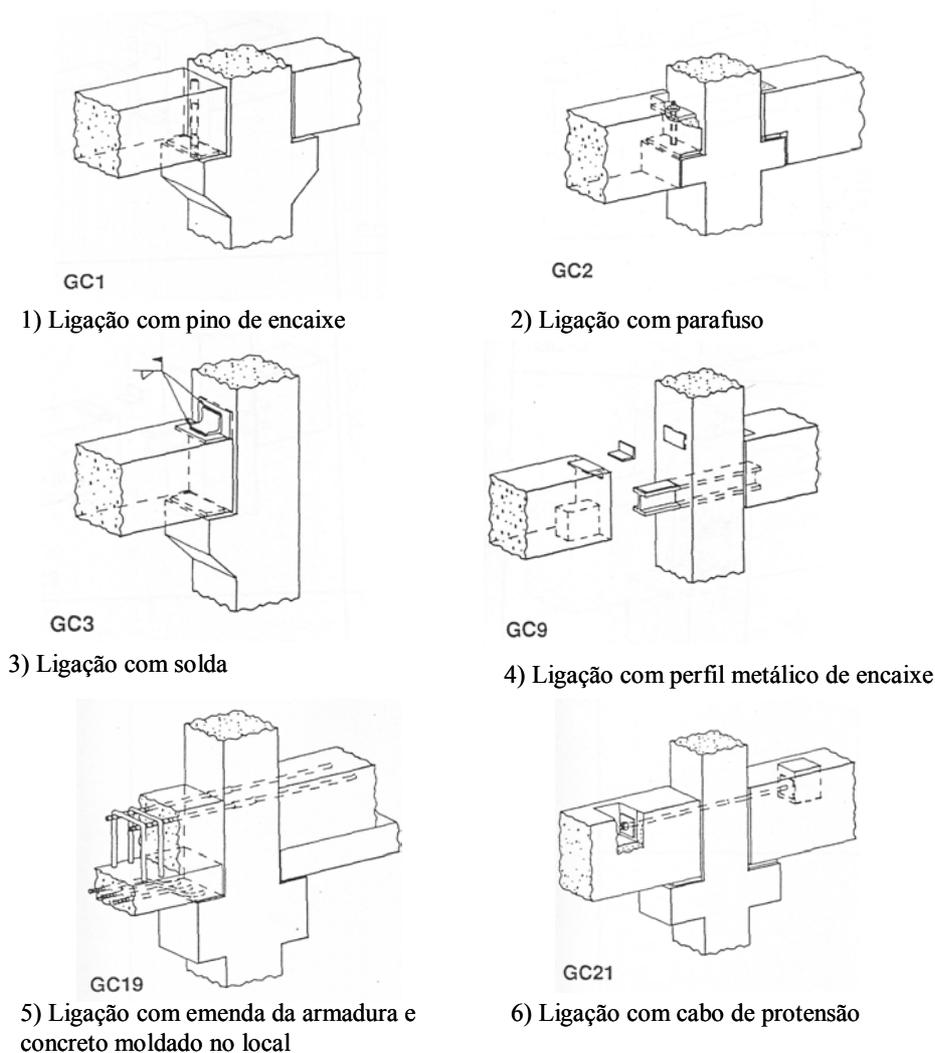


Figura 2-37: Configurações da ligação viga-pilar. [PCI (1988)]

## 2.4.1 Tipologias de Ligações Semi-Rígidas

Como mencionado anteriormente, as ligações semi-rígidas possuem certa restrição ao momento fletor negativo, sendo realizadas com o emprego de armadura negativa na região da ligação submetida a esse momento fletor.

Uma ligação viga-pilar de grande utilização no Brasil corresponde à ligação articulada com apoio sobre consolo e chumbador. No entanto, essa mesma ligação com a presença de armadura de continuidade passando no pilar apresentará uma modificação em seu comportamento podendo ser caracterizada como uma ligação semi-rígida. Essa tipologia de ligação pode ser observada na figura 2-38.

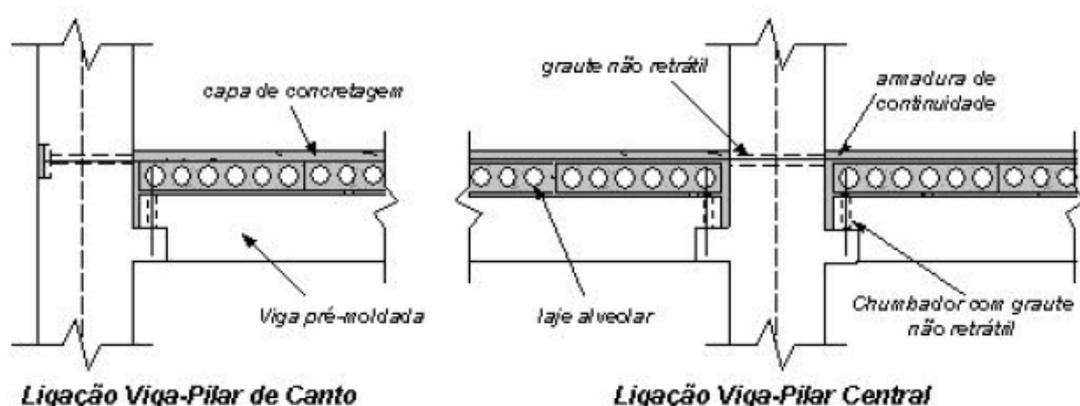
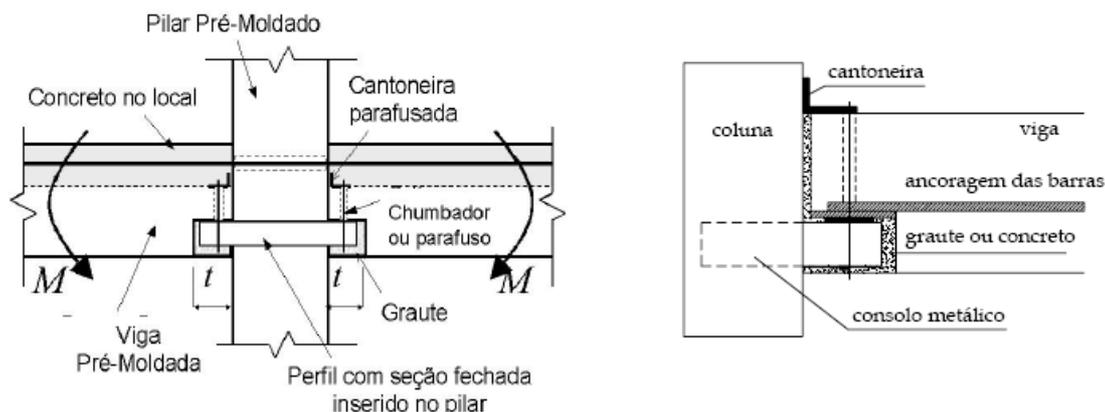


Figura 2-38: Ligação viga-pilar semi-rígida com consolo e chumbador.  
[Projeto Jovem Pesquisador – UFSCar (2003)]

Um tipo de ligação semi-rígida bastante utilizada na Inglaterra corresponde àquela realizada com a presença de consolo metálico embutido e armadura de continuidade. Esse tipo de ligação originou-se da ligação articulada, a partir da introdução de armadura de continuidade com o intuito de evitar o colapso progressivo da estrutura. Exemplos desse tipo de ligação podem ser observados na figura 2-39.

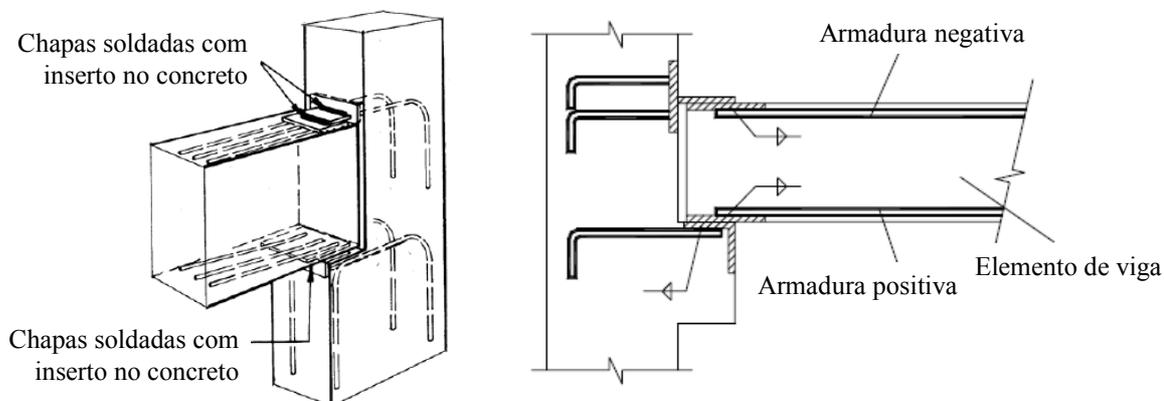


**Figura 2-39: Ligação viga-pilar com consolo metálico embutido.**  
[Projeto Jovem Pesquisador - UFSCar (2003)]

Uma das vantagens desse tipo de ligação está relacionada com o ponto de vista estético, pois os consolos ficam embutidos. No entanto esse tipo de ligação não é muito utilizado no Brasil.

As ligações semi-rígidas também podem ser obtidas através de:

- Chapas soldadas com insertos no concreto, como pode ser observado na figura 2-40;
- Solidarização no canteiro através da utilização de concreto moldado no local. Esse tipo de ligação pode ser observado na figura 2-41;
- Utilização de ancoragem ativa, ou seja, através da protensão, como pode ser observado na figura 2-42.



**Figura 2-40: Ligações viga-pilar com chapas soldadas com inserto no concreto.** [EL DEBS (2000)]

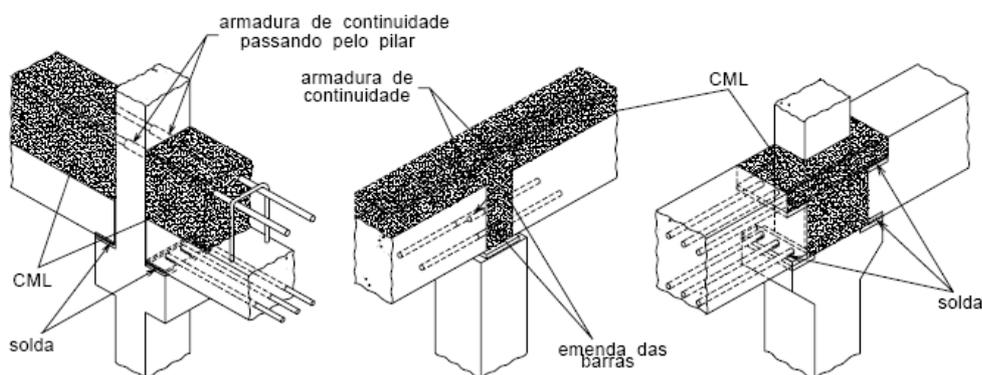


Figura 2-41: Ligação viga-pilar com solidarização da armadura. [EL DEBS (2000)]

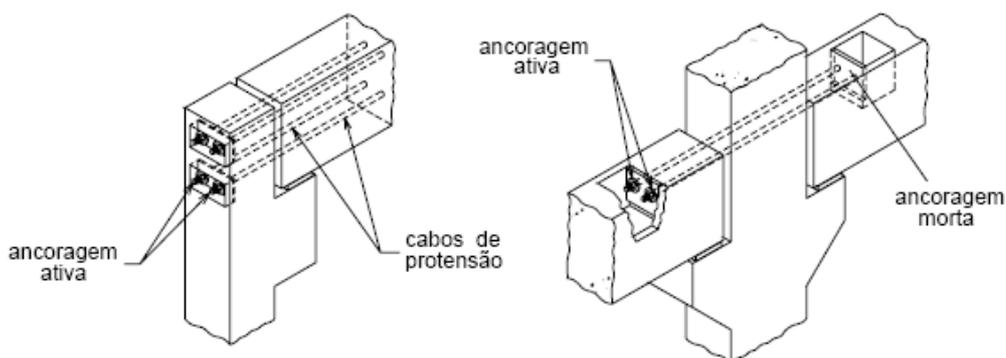
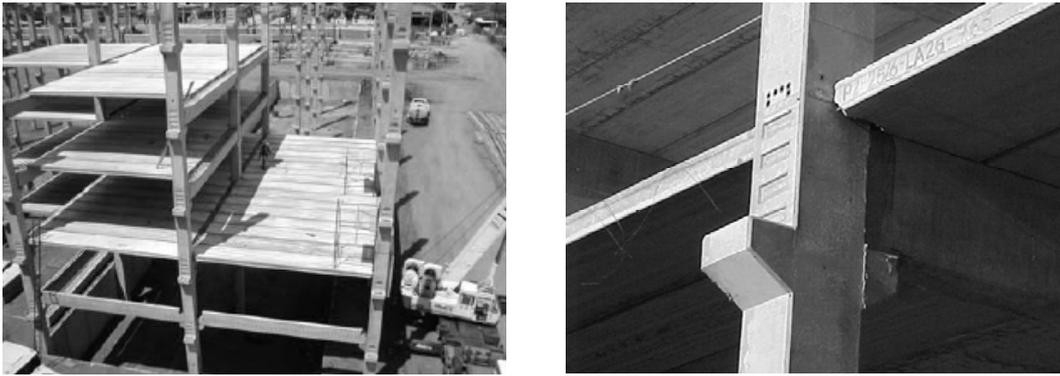


Figura 2-42: Ligação semi-rígida por meio de protensão. [EL DEBS (2000)]

## 2.5 Exemplos de Ligações Viga-Pilar

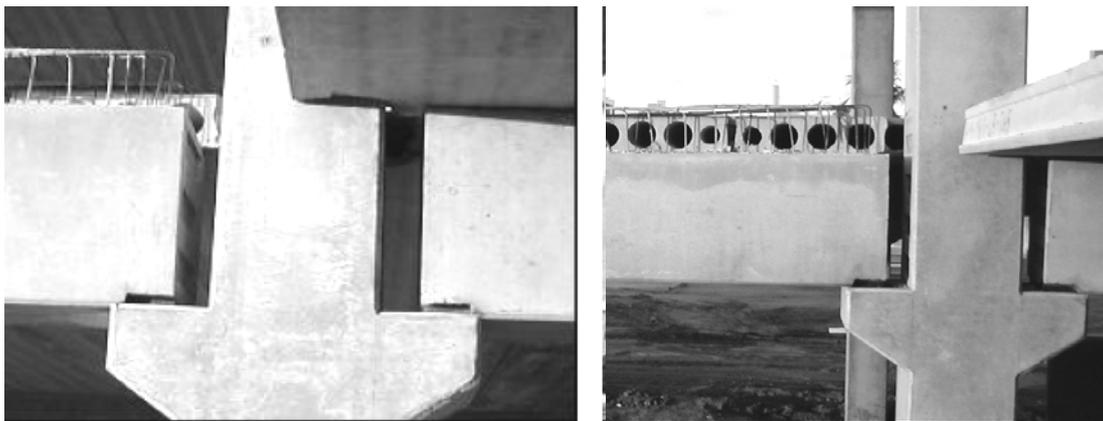
Para o conhecimento da utilização de ligações semi-rígidas nas edificações realizadas no Brasil, serão apresentados alguns exemplos de ligações semi-rígidas viga-pilar e algumas particularidades que estão sendo executadas por algumas empresas brasileiras.

Algumas empresas brasileiras têm realizado certa rugosidade na região da ligação viga-pilar. São realizados pequenos dentes na viga e no pilar com o intuito de aumentar a aderência entre as peças pré-moldadas e o concreto moldado no local que é utilizado para solidarizar a ligação. Esse tipo de ligação pode ser observado na figura 2-43.



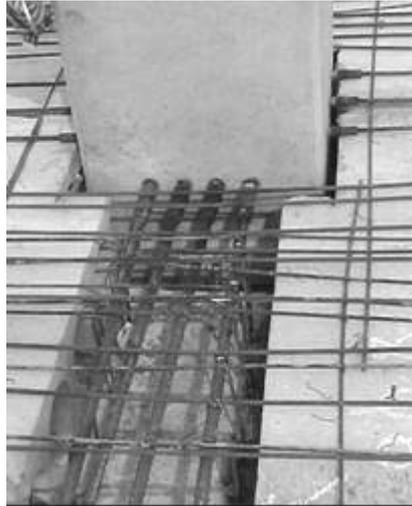
**Figura 2-43: Ligação viga-pilar com chapa soldada e solidarização no canteiro.**  
[T&A Pré-Fabricados (2005)]

Muitas empresas brasileiras estão realizando as ligações viga-pilar de forma a permitir que entre a viga e o pilar haja um espaço entre 50 mm e 100 mm , com o intuito de facilitar as atividades relacionadas com o preenchimento da ligação com concreto moldado no local. Esse detalhe pode ser observado na figura 2-44.



**Figura 2-44: Detalhe da ligação viga-pilar com chapa soldada e armadura de continuidade.**  
[T&A Pré-Fabricados (2005)]

Na figura 2-45 pode ser observada uma ligação com a presença de armadura de continuidade inserida no interior do pilar sendo solidarizada com concreto moldado no local.



**Figura 2-45: Ligação viga-pilar com armadura de continuidade solidarização no canteiro.**  
[T&A Pré-Fabricados (2005)]

Alguns exemplos de ligações semi-rígidas, com consolo metálico embutido, realizadas na Inglaterra podem ser observados na figura 2-46.



**Figura 2-46: Ligações com consolo metálico embutido.** [(TRENT CONCRETE, UK)]

## 2.6 Concreto Protendido: Vantagens e Desvantagens

De acordo com a NBR 6118:2003 os elementos de concreto protendido são aqueles nos quais parte das armaduras é previamente alongada por equipamentos especiais de protensão com a finalidade de, em condições de serviço, impedir ou limitar a fissuração e os deslocamentos da estrutura e propiciar o melhor aproveitamento de aços de alta resistência no ELU (estado limite último).

O princípio do concreto protendido está relacionado com a diminuição da fissuração do concreto através da introdução de tensões normais de compressão em regiões submetidas a tensões de tração. A introdução de tensões de compressão é realizada através de um pré-alongamento da armadura ativa constituída por barras, fios isolados ou cordoalhas. Sabe-se que o concreto possui menor resistência à tração quando comparada à compressão (cerca de dez vezes menor). Dessa forma, em regiões onde ocorre a presença de tensões causadas pela flexão, a função do concreto é pouco significativa ou até mesmo desprezada.

Assim, uma peça de concreto protendido deve ser projetada de forma a garantir que em todas as regiões e nas diversas combinações de ações, as tensões sejam somente de compressão ou de pequenos valores de tração.

Em muitas situações as estruturas de concreto protendido são mais econômicas quando comparadas com estruturas realizadas com outros tipos de materiais. As estruturas de concreto protendido sempre têm a vantagem de necessitar de manutenção mais simples e mais barata quando comparadas com as estruturas metálicas e de madeira. Quando comparadas com as estruturas de concreto armado, as peças protendidas têm a fissuração impedida ou mais controlada na região tracionada dos trechos submetidos à flexão.

De acordo com CARVALHO (2005), em estruturas de concreto protendido, apesar de ocorrerem perdas de protensão, ocorre uma diminuição da fissuração da peça protendida, o que gera um aumento de sua inércia e conseqüentemente uma diminuição de sua flecha. As estruturas de concreto protendido apresentam outras vantagens como:

- Permitem a execução de estruturas mais leves quando comparadas com estruturas similares de concreto armado. Isso é possível devido ao controle de fissuração obtido com a protensão;

- Com pequenos custos de manutenção é mantida uma grande durabilidade. O controle da fissuração, adquirido com a protensão, é responsável pelo aumento da resistência do concreto ao ataque de agentes agressivos na armadura;
- Possuem boa resistência ao fogo;
- Possuem menores deformações em comparação às estruturas similares de concreto armado;
- As propriedades do aço e do concreto possuem maior controle. Em estruturas protendidas, o concreto e principalmente o aço são colocados sob carga durante a protensão, o que acaba colocando em teste a resistência de seus materiais;
- A tecnologia para a execução das peças pré-moldadas é bastante conhecida nos grandes centros do país.

As desvantagens da utilização de estruturas protendidas são:

- Quando comparadas com as estruturas metálicas e de madeira, o peso da estrutura final é relativamente elevado;
- Em peças moldadas no local é necessária a realização de escoramento e a espera do tempo de cura do concreto;
- Possuem elevada condutividade de calor e de som;
- Em algumas situações apresentam dificuldade para a execução de reformas;
- Para a fabricação das peças é necessária a utilização de elementos específicos como bainhas e cabos.

## **2.7 Classificações do Concreto Protendido**

### **2.7.1 Classificação quanto a Aderência**

De acordo com a norma NBR 6118:2003, o concreto protendido pode ser classificado como: concreto com armadura ativa pré-tracionada ou protensão com aderência inicial; concreto com armadura ativa pós-tracionada ou protensão com aderência posterior e protensão sem aderência.

➤ **Concreto com armadura ativa pré-tracionada ou protensão com aderência inicial**

Segundo VASCONCELOS (1992), a idéia da pré-tração já existia nas primeiras aplicações práticas do concreto armado e, devido à fissuração em serviço é que as tentativas de utilização da armadura previamente tracionada tiveram início. No entanto, todas as tentativas fracassaram devido à utilização de aço comum, o qual não conseguia manter o efeito do estiramento prévio da armadura devido à retração e a deformação lenta do concreto. Somente em 1924 iniciou-se a utilização de aços de elevada resistência.

Nesse tipo de protensão (pré-tracionada), a armadura é tracionada antes da produção da peça de concreto, ou seja, antes do lançamento do concreto. Geralmente as armaduras (fios ou cordoalhas) são dispostas em pistas de protensão e após seu estiramento são fixadas temporariamente em dispositivos (cabeceiras) próprios para essa finalidade. Após o posicionamento das eventuais armaduras construtivas são preparadas as fôrmas e posteriormente é lançado o concreto. Assim, a aderência entre a armadura e o concreto inicia-se no instante do lançamento do mesmo.

Transcorrido o tempo suficiente para que o concreto tenha resistência adequada para impedir o escorregamento da armadura e suportar as tensões devido às forças de protensão, promove-se a retirada da ancoragem. A armadura tenta retornar ao comprimento que tinha antes da distensão provocando compressão no concreto em virtude de estar aderente ao mesmo. Nesse tipo de concreto, a ancoragem da armadura é realizada apenas pela aderência entre ambos.

➤ **Concreto com armadura ativa pós-tracionada ou protensão com aderência posterior**

Segundo VASCONCELOS (1992) a protensão com armadura pós-tracionada, correspondeu a primeira protensão a ser introduzida no Brasil. Nesse tipo de protensão, a armadura é tracionada após o endurecimento do concreto, sendo o próprio elemento estrutural utilizado como apoio.

Na protensão com aderência posterior, cria-se uma aderência permanente entre o elemento de concreto e a armadura após a protensão da mesma. Para promover a aderência entre o concreto e a armadura ativa, é realizada a injeção de pasta de cimento nas bainhas, que devem conter as armaduras ativas. Dessa forma, a aderência entre a armadura e o concreto é iniciada posteriormente a execução da protensão quando o concreto já está endurecido.

➤ **Concreto com armadura ativa pós-tracionada sem aderência ou protensão sem aderência**

As primeiras obras em concreto protendido no Brasil foram executadas com protensão não aderente.

Segundo VASCONCELOS (1992) a ponte do Galeão localizada no Rio de Janeiro correspondeu a primeira obra brasileira a utilizar a protensão sem aderência. Nessa obra, a protensão sem aderência foi obtida através da utilização de cabos pintados com tinta betuminosa e envolvidos por camadas de papel resistente (Kraft). A tinta betuminosa foi utilizada com a finalidade de impedir o contato do concreto, proteger a armadura contra a corrosão e permitir o estiramento do cabo após o endurecimento do mesmo.

Em 1956 teve início o procedimento de enrolamento dos cabos com fitas plásticas usando ainda o betume para pintura dos mesmos. Somente em 1958 é que as bainhas de chapas metálicas costuradas em hélices semelhantes às utilizadas atualmente, começaram a serem fabricadas.

A protensão sem aderência pode ser alcançada com a utilização de bainhas convencionais sem a injeção de nata de cimento. No entanto, esse procedimento pode deixar a armadura ativa suscetível ao processo de corrosão, pois o aço, quando solicitado por tensões de grande intensidade, pode sofrer uma rápida corrosão.

A prática mais comum da protensão sem aderência é realizada com a utilização de cordoalhas envoltas em graxa e encapadas com capa plástica protetora. Dessa forma, a capa faz a função da bainha isolando o concreto do cabo e a graxa além de preencher os vazios entre o cabo e a capa plástica, ajuda na fase de protensão permitindo o seu estiramento ao diminuir bastante o atrito na superfície do cabo.

Na protensão sem aderência o concreto e a armadura protendida ficam ligados apenas em pontos localizados, não havendo uma aderência permanente entre ambos.

## 2.7.2 Classificação Quanto à Intensidade de Protensão

Segundo a NBR 6118:2003, a protensão pode ser classificada de acordo com sua intensidade. Essa classificação é baseada na durabilidade das peças, nos tipos de ambientes e na maneira de se evitar a corrosão da armadura, ou seja, nos estados limites de serviço referentes à fissuração. No concreto protendido, como as armaduras estão submetidas a um nível elevado de tensão, maiores cuidados quanto à fissuração do concreto devem ser tomados.

Assim, a protensão pode ser classificada em: protensão completa, protensão limitada e protensão parcial.

Na protensão completa basicamente não haverá tração no elemento protendido, na protensão limitada haverá tração limitada a um determinado valor e na protensão parcial pode haver fissuração e deve ser realizada a verificação da abertura de fissuras. Os níveis de protensão estão relacionados com os níveis de intensidade da força de protensão que por sua vez é função da proporção de armadura ativa utilizada em relação à passiva.

O tipo de protensão a ser utilizada é determinado a partir do tipo de construção e da agressividade do meio ambiente. De acordo com a NBR 6118:2003 a classe de agressividade para cada estrutura pode ser determinada através da tabela 2-5.

**Tabela 2-5: Determinação da classe de agressividade ambiental. [NBR 6118:2003]**

Classe de Agressividade do Ambiente (CAA)	Agressividade	Classificação Geral do tipo de ambiente para projeto	Risco de deterioração da estrutura
I	fraca	Rural e Submersa	insignificante
II	média	Urbana <sup>1) 2)</sup>	pequeno
III	forte	Marinha <sup>1), 2)</sup> e Industrial <sup>1), 2)</sup>	grande
III	Muito forte	Industrial <sup>1), 3)</sup> Respingos de Maré	elevado

1) Pode-se admitir um microclima com uma classe de agressividade mais branda (um nível acima) para ambientes internos secos (salas, dormitórios, banheiros, cozinhas e áreas de serviço de apartamentos residenciais e conjuntos comerciais ou ambientes com concreto revestido com argamassa e pintura).

2) Pode-se admitir uma classe de agressividade mais branda (um nível acima) em: obras em regiões de clima seco, com umidade relativa do ar menor ou igual a 65%, partes da estrutura protegidas de chuva em ambientes predominantemente secos, ou regiões onde chove raramente.

3) Ambientes quimicamente agressivos: tanques industriais, galvanoplastia, branqueamento em indústrias de celulose e papel, armazéns de fertilizantes, indústrias químicas.

Após a definição do tipo de protensão a ser realizada, é necessária a verificação de diversas condições relacionadas aos estados de serviço ligados a fissuração. Além da

determinação do tipo de protensão também é importante atender as condições mínimas de resistência à compressão e de cobrimentos exigidos pela NBR 6118:2003.

## 2.8 Estados Limites

Para o cálculo de peças de concreto protendido, assim como para a fabricação das peças de concreto armado é necessário garantir a segurança no estado limite último como também nos estados limites de serviço, ou seja, verificar a estrutura em seu funcionamento. Uma estrutura não deve possuir somente segurança a ruptura, mas também deve funcionar adequadamente e possuir a durabilidade esperada.

Para a verificação das peças nos estados limites de serviço é necessário realizar as verificações da fissuração e da deformação excessiva das peças quando em funcionamento.

Em uma peça de concreto protendido, além de outros fatores, a fissuração pode ocasionar uma degradação rápida do concreto superficial e também da armadura afetando a durabilidade da estrutura. Dessa forma, a fissuração excessiva devido à flexão pode ser evitada com um detalhamento adequado da armadura na seção transversal ou através do aumento da mesma.

Na tabela 2-6 obtida na NBR 6118:2003 pode-se observar os valores limites para a abertura característica das fissuras ( $w_k$ ) e outras providências necessárias para garantir a correta proteção das armaduras quanto à corrosão.

**Tabela 2-6: Níveis de protensão. [NBR 6118:2003]**

<b>Tipos de Concreto Estrutural</b>	<b>Agressividade Ambiente</b>	<b>Exigência</b>	<b>Combinação De Ações A Considerar</b>
<b>Concreto simples</b>	CAA I a CAA IV	Não há	-
<b>Concreto Armado (sem protensão)</b>	CAA I	ELS-W $\omega \leq 0,4$ mm	Freqüente
<b>Concreto Armado (sem protensão)</b>	CAA II a III	ELS-W $\omega \leq 0,3$ mm	Freqüente
<b>Concreto Armado (sem protensão)</b>	CAA IV	ELS-W $\omega \leq 0,2$ mm	Freqüente
<b>Protensão parcial Nível 1</b>	Pré-tração CAA I Pós tração –CAA I e II	ELS-W $\omega \leq 0,2$ mm	Freqüente
<b>Protensão limitada Nível 2</b>	Pré-tração CAA II Pós-tração CAA III e IV	(*) E.L.S-F. Fiss. (*) E.L.S-D. Fiss.	Freqüente Quase permanente
<b>Protensão completa Nível 3</b>	Pré-tração com CAAIII e IV	(*) E.L.F. Fiss. (*) E.L.S-D. Fiss.	Rara Freqüente

(\*) As duas condições devem ser verificadas simultaneamente; Com  $\omega$  abertura máxima de fissura; CAA refere-se às condições ambientais.

De acordo com a tabela definida pela NBR 6118:2003, o concreto protendido pré-tracionado e pós-tracionado pode ser fabricado com a utilização da protensão parcial desde que a estrutura esteja na classe de agressividade I e a abertura de fissuras  $w_k$  não ultrapasse 0,2 mm, conforme definido pelo estado limite de abertura de fissuras (ELSW) considerando a combinação freqüente definida pela norma. O concreto protendido pré-tracionado e pós-tracionado pode ser fabricado com a utilização da protensão limitada, desde que a estrutura esteja na classe de agressividade II para a pré-tração e III e IV para pós-tração, e seja verificado o estado limite de formação de fissuras (ELS-F) considerando combinação freqüente, e o estado limite de descompressão (ELS-D) considerando combinação quase permanente. Por fim, o concreto protendido pré-tracionado pode ser fabricado utilizando a protensão completa desde que a estrutura esteja na classe de agressividade III e IV, e sejam verificados os estados limites de formação de fissuras e de descompressão, considerando combinação rara e freqüente, respectivamente.

## 2.9 Vigas

### 2.9.1 Considerações Gerais

Segundo ELLIOTT (2002), em um sistema estrutural esquelético, em que a estrutura é composta por pilares, vigas e lajes, as vigas correspondem a elementos submetidos principalmente a carregamento horizontal (ação do vento). Elas são, por definição, pequenas seções prismáticas de grande capacidade de flexão e cisalhamento. Em estruturas pré-moldadas, as vigas devem ser capazes de suportar seu peso próprio, o peso dos elementos de piso, quando houver, e todas as possíveis combinações de carregamentos que as construções pré-moldadas trazem como a torção por exemplo, que pode ocorrer se, em um estágio temporário da construção, os elementos de piso forem posicionados em apenas um lado da viga.

Segundo ELLIOTT (2002), o critério limitante do projeto de vigas, é frequentemente minimizar a altura da viga para aumentar o pé-direito. Dessa forma, as vigas são frequentemente pré-tracionadas com o intuito de diminuir suas alturas.

As vigas podem ser projetadas de forma a se tornarem vigas compostas. Essas vigas podem ser ligadas a certos tipos de lajes de piso, como as lajes alveolares, através da

introdução de um mecanismo para resistir ao cisalhamento apropriado na interface, e do preenchimento com concreto moldado no local.

### **2.9.2 Vigas Protendidas**

A utilização de armaduras de elevada resistência em concreto armado fica limitada pela fissuração do concreto. Quando são empregados aços com tensões de tração elevadas, ocorre grande alongamento dos mesmos, ocasionando fissuras muito abertas e diminuindo a proteção das armaduras contra corrosão.

Quando ocorre a fissuração do elemento de concreto, a inércia da seção não pode ser considerada como sendo a seção total da peça, pois não será toda a seção que irá garantir a rigidez da estrutura, mas apenas as regiões de concreto íntegro. Com a aplicação da protensão, através da utilização de cabos de alta resistência, são introduzidas tensões de compressão nas partes das seções tracionadas pelas solicitações dos carregamentos, reduzindo ou eliminando a fissuração. Quando as tensões de tração provocadas pelos carregamentos forem inferiores às tensões prévias de compressão, a seção continuará comprimida não sofrendo fissuração. Sob ação de cargas mais elevadas, as tensões de tração ultrapassam as tensões prévias, de modo que o concreto fica tracionado e fissura. Retirando-se a carga, a protensão provoca o fechamento das fissuras.

Dessa forma, com a protensão é realizada a manipulação das tensões internas, o que garante a contribuição da área total da seção da viga para a inércia da mesma. Com isso, pode-se observar que devido ao controle da fissuração, as peças de concreto protendido podem ser realizadas com menores alturas. Assim, as vigas quando protendidas permitem uma redução da altura quando comparadas com as vigas de concreto armado, moldadas no local e pré-moldadas.

Quando se utiliza viga protendida com ligações semi-rígidas, é possível uma melhor análise da não linearidade da ligação quando comparado com o emprego de viga pré-moldada. Isso ocorre, pois em uma viga protendida o efeito da não linearidade é reduzido (devido ao controle da fissuração, considerando o momento positivo), quando comparado com uma viga pré-moldada de concreto armado, permitindo que seja verificado o efeito da ligação no comportamento da viga. Sem o efeito da não-linearidade (da viga para o momento

positivo), o comportamento da viga protendida será determinado pela não linearidade da ligação.

Durante a fabricação de uma viga protendida com o emprego de cabo reto, deve-se verificar as tensões na extremidade da viga, pois nos apoios não haverá momento que equilibre as tensões advindas da protensão. Dessa forma, em caso de fissuração excessiva nas extremidades da viga deve-se prever um mecanismo para impedir a aderência da armadura ativa nas regiões mais solicitadas quando do emprego da protensão.

Além disso, quando é feita a retirada da ancoragem da armadura ativa, no caso de protensão inicial, a armadura tenta retornar ao comprimento que tinha antes da distensão, provocando compressão no concreto em virtude de estar aderente ao mesmo. Entretanto, a armadura ativa, quando tende retornar a sua situação inicial, acaba desenvolvendo tensões de tração que se estendem a partir do início da armadura na extremidade da viga como é visto na figura 2-47. Quando tais tensões de tração se mostrarem prejudiciais, podendo provocar fissuras em algumas regiões próximas a extremidade da viga, devem ser previstas armaduras com o intuito de evitá-las.

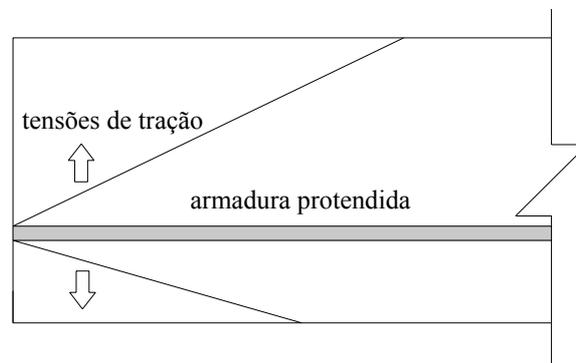


Figura 2-47: Espalhamento das tensões de tração em uma viga protendida.

### 2.9.3 Cisalhamento em Vigas

Quando uma viga é submetida a um carregamento vertical qualquer, havendo ou não esforço normal, na realidade ela está trabalhando em flexão simples ou composta não-pura. Dessa forma, o momento fletor é variável e a força cortante é diferente de zero, o que permite o surgimento, além das tensões normais, de tensões tangenciais na seção transversal, equilibrando o esforço cortante.

Assim, na flexão não-pura, sempre atuam tensões normais de flexão, juntamente com as tensões tangenciais, criando um estado duplo de tensões, com tensões principais de tração e compressão, geralmente inclinadas em relação ao eixo da viga.

O estudo do cisalhamento é complexo, pois envolve mecanismos resistentes essencialmente tridimensionais. No estudo do cisalhamento influem alguns fatores como:

- forma da seção;
- variação da forma da seção ao longo da peça;
- esbeltez da peça;
- disposição das armaduras transversais e longitudinais;
- aderência;
- condições de apoio;
- carregamento.

Devido à ação da força cortante (cisalhamento) diversos tipos de colapso podem ocorrer em vigas como: o rompimento da viga devido ao escoamento da armadura transversal, o esmagamento do concreto da biela comprimida na alma da viga, o rompimento da viga devido à falha na ancoragem da biela junto ao apoio (escorregamento da armadura longitudinal), entre outros.

De acordo com CARVALHO e FIGUEIREDO (2005), quando a viga é submetida a determinado carregamento capaz de tornar o concreto fissurado (estádio II), ocorre um complexo reajuste de tensões entre o concreto e a armadura, que podem expandir até chegar a ruptura. Na alma da viga, as tensões de compressão são resistidas pelo concreto comprimido, que se mantém íntegro entre as fissuras (bielas comprimidas), e as armaduras transversais (armaduras de cisalhamento) são responsáveis por resistir às tensões de tração.

Assim, a armadura transversal é capaz de proporcionar segurança diante dos diversos tipos de ruptura e manter a fissuração dentro de limites admissíveis.

Além disso, é importante que o detalhamento da armadura longitudinal da viga proporcione uma adequada ancoragem das bielas de concreto. Em vigas pré-moldadas de concreto armado e de concreto protendido, geralmente as ancoragens são realizadas através de ganchos acoplados às armaduras longitudinais, quando possível, ou através de armaduras em laço distribuídas em certas regiões da viga.

## 2.10 Tipologias de Vigas Protendidas

As vigas em uma edificação podem ser fabricadas utilizando concreto protendido com aderência inicial, posterior ou sem aderência.

Atualmente no Brasil, o uso mais comum das vigas protendidas é nas edificações pré-moldadas. As peças são produzidas nas fábricas, transportadas até o local, içadas e colocadas na posição final para servirem de apoio das lajes e paredes das edificações.

O uso mais comum das vigas protendidas se dá com a utilização da protensão com aderência inicial. As vigas também podem ser produzidas no local, com a utilização de cordoalhas engraxadas, mas esse procedimento não é muito comum no Brasil.

A mínima largura que uma viga protendida deve possuir é determinada pelo tipo de laje de piso que será usada na edificação. Os elementos de laje necessitarão de espaços na viga destinados a seu correto apoio. Dessa forma, deve ser somado à largura da viga o espaço necessário para o correto posicionamento dos elementos de laje.

Os tipos de vigas protendidas mais comuns em edificações correspondem às vigas com seção retangular e as vigas com seção “T” invertido. Esses dois tipos de seções de vigas podem ser observados na figura 2-48.

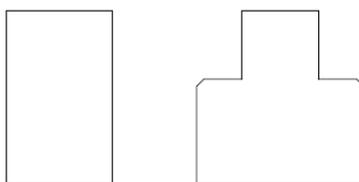


Figura 2-48: Esquema da seção transversal da viga retangular e da viga “T” invertido.

As vigas protendidas podem ser utilizadas de tal forma que trabalhem juntamente com a laje. Essas vigas são denominadas de vigas compostas. O principal benefício obtido com a utilização de vigas compostas está relacionado com o aumento da resistência à flexão e rigidez (redução de deformações). O mais comum é a utilização de vigas com seção “T” invertido, em que parte da seção estrutural fica dentro da zona do piso, reduzindo consideravelmente a altura estrutural e permitindo a ação composta com a laje.

## 2.11 Influência das Ligações Semi-Rígidas no Comportamento da Viga

De acordo com o Manual FIB (2003), o projeto e detalhamento de uma ligação são influenciados pelo projeto e detalhamento dos elementos adjacentes por ela conectados, devido ao fato das ligações estruturais interagirem fortemente com os elementos adjacentes. Dessa maneira, os elementos e as ligações devem ser detalhados e projetados como uma unidade, considerando um fluxo de forças lógico e natural de modo que as forças que serão resistidas pela ligação possam ser transferidas pelos elementos e pelos demais sistemas resistentes.

O processo construtivo, as propriedades dos materiais (principalmente o módulo de elasticidade e a resistência à tração), a geometria dos elementos e os tipos de solicitações a que a viga é submetida correspondem a fatores os quais a rigidez de uma viga de concreto depende.

De acordo com FERREIRA (2005), a rigidez efetiva de uma viga pré-moldada resulta da interação entre a rigidez equivalente da viga de concreto, conforme o modelo adotado na NBR 6118:2003 para a situação intermediária entre os estádios I e II, com o efeito da relação momento-rotação da ligação sobre essa viga, considerando a NLF (Não Linearidade Física) para o trecho anterior ao escoamento da mesma. Esse tipo de consideração é importante para o cálculo da redistribuição dos momentos na extremidade e no vão da viga.

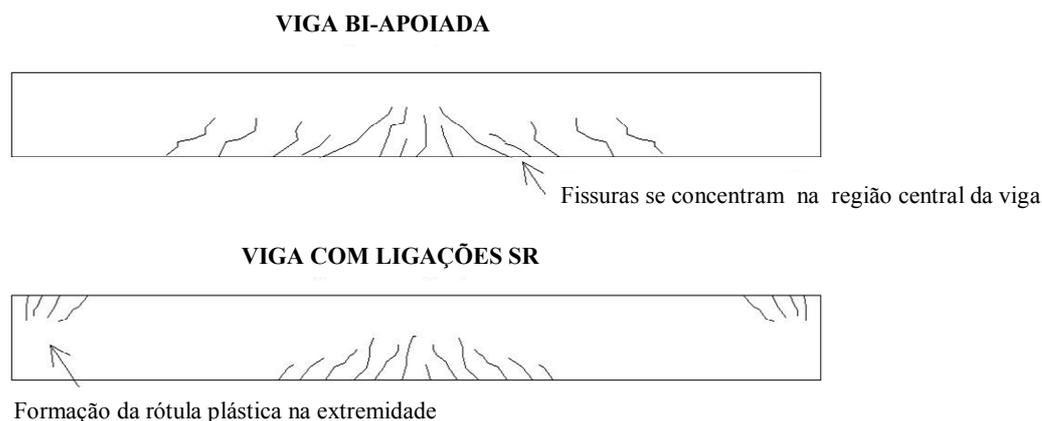
Não apenas a relação momento-rotação, mas também a rigidez relativa entre a rigidez da viga conjugada e da ligação, influencia no desempenho da ligação. A quantidade de flexão que a ligação é capaz de transmitir na extremidade de uma viga é governada pela rigidez relativa. Assim, considerando uma mesma ligação, sabe-se que vigas longas (menos rígidas) possuirão maior capacidade de restrição quando comparadas com vigas curtas (mais rígidas), da mesma forma, vigas de concreto armado possuirão maior capacidade de restrição quando comparadas com vigas protendidas (mais rígida). Desse modo, uma ligação não deve ser analisada considerando-se apenas o valor absoluto de sua rigidez, ou relação momento-rotação, mas também deve ser considerada a relação da rigidez da ligação e a rigidez da viga por ela vinculada. Com isso, julga-se importante a realização de ensaios de vigas juntamente com suas ligações.

Geralmente os estudos sobre ligações viga-pilar envolvem experimentos com ligações isoladas, tendo grande importância na verificação da capacidade resistente de um determinado mecanismo de transferência de esforços, podendo ser esse mecanismo realizado através de armadura de continuidade passando no pilar ou por dispositivos soldados (cantoneiras e perfis unidos à viga).

Analisando as ligações, pode-se dizer que a situação de vínculo mais desfavorável ao controle das flechas corresponde a situação em que a deformada da viga apresenta maior concavidade, correspondendo a situação em que a viga se encontra mais fissurada, apresentando maior redução em sua rigidez.

Considerando as vigas conectadas ao pilar através de ligações semi-rígidas (resistentes a momentos fletores), a rigidez é menos afetada, uma vez que parte dos esforços solicitantes será mobilizado pela ligação, havendo, assim, um maior impedimento aos deslocamentos verticais causados pela ligação que reduz a sollicitação ao longo da viga e também devido à própria viga que agora se apresenta mais rígida, e no caso específico, mais resistente.

Vigas pré-moldadas de concreto armado e de concreto protendido, no estado limite último, conectadas por ligações semi-rígidas, e até mesmo por ligações rígidas, apresentam redução de rigidez na extremidade, formando uma rótula plástica, o que não ocorre nas vigas articuladas como indicado na figura 2-49.



**Figura 2-49: Estado de fissuração de vigas articuladas e vigas com ligações semi-rígidas [SOUZA (2006)].**

Quando se considera uma viga protendida com ligações semi-rígidas, haverá uma grande concentração de tensões de compressão na parte inferior da extremidade da viga. Tais tensões se originam a partir de três mecanismos:

- bielas comprimidas

Em uma viga simplesmente apoiada submetida a certo carregamento ou a cargas concentradas, as tensões de compressão são suportadas pelo concreto comprimido que se mantém íntegro entre as fissuras (bielas comprimidas). Assim, na parte inferior da extremidade da viga existe uma concentração de tensões de compressão provenientes da força cortante que a viga está submetida.

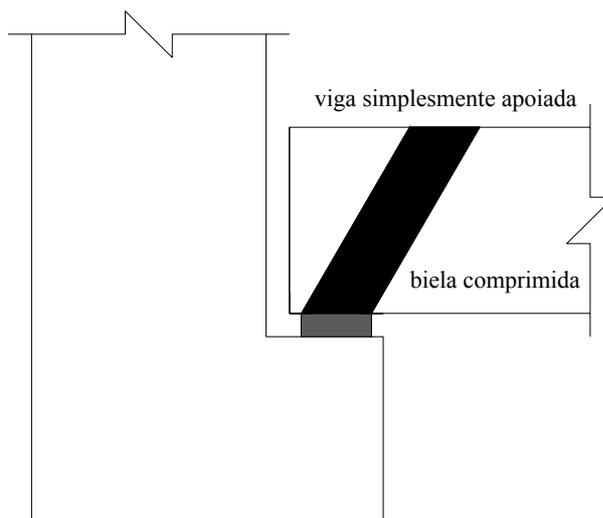


Figura 2-50: Esquema da formação da biela comprimida em uma viga bi-apoiada.

- protensão

Na protensão de uma viga são introduzidas tensões de compressão na parte inferior da mesma, justamente na região onde haverá a existência de tensões de tração quando da aplicação de um determinado carregamento (figura 2-51).

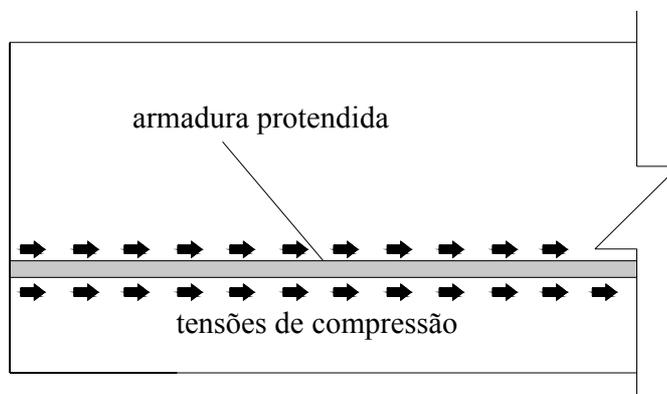
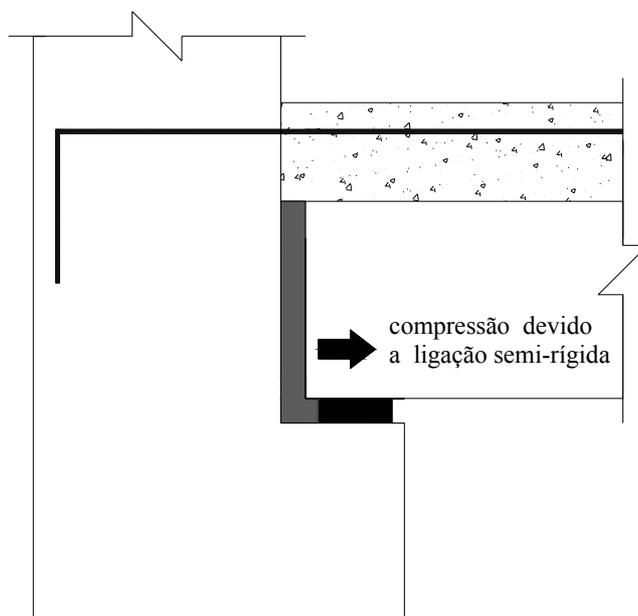


Figura 2-51: Esquema da introdução de tensões de compressão devido à protensão.

- ligação resistente ao momento fletor (semi-rígida)

Uma viga, com ligações semi-rígidas solidarizadas possuirá uma concentração de tensões de compressão em sua parte inferior e de tensões de tração na parte superior da extremidade, devido ao fato da ligação tentar impedir a deformação da viga (figura 2-52).



**Figura 2-52: Esquema da concentração de tensões de compressão devido à ligação semi-rígida.**

Dessa forma, é importante que esses mecanismos sejam considerados quando se projetar uma viga protendida que se unirá ao pilar através de ligações resistentes à flexão, de forma a manter tanto as tensões de tração como as de compressão dentro de limites admissíveis.

Quando se analisa uma viga isolada com ligações nas extremidades, dependendo da rigidez das ligações, a solução para a viga pode se aproximar da solução para uma viga bi-apoiada ou para uma viga bi-engastada. Considerando as ligações com a mesma rigidez, a solução da viga aproxima-se da solução de uma viga bi-apoiada na medida em que a rigidez da ligação tende a zero. Da mesma forma, a solução da viga aproxima-se da solução de uma viga bi-engastada na medida em que a rigidez da ligação tende ao infinito.

O efeito das ligações semi-rígidas na rigidez da viga adjacente pode ser visto mais claramente, examinando-se o comportamento de uma viga de comprimento “L” com carregamento uniformemente distribuído “q”. A figura 2-53 mostra a deformabilidade dessa viga de acordo com cada tipo de ligação.

Considerando uma viga com ligações flexíveis nas extremidades, pode-se notar que há apenas o momento no meio do vão, não havendo momento na ligação, ou seja, a ligação não é capaz de transmitir momento fletor e permite que haja rotação relativa viga-pilar. Quando se trata de uma ligação semi-rígida, a ligação é capaz de transmitir todo o momento fletor, diminuir o momento no meio do vão e não permitir que haja giro entre a viga e o pilar. As ligações semi-rígidas são capazes de transmitir uma parte da flexão e também permitem certa rotação entre a viga e o pilar. Dessa forma, as ligações semi-rígidas permitem que haja uma redistribuição entre os momentos de extremidade e do meio do vão da viga.

Para a mesma viga com carregamento uniforme e comprimento “L”, é possível a determinação dos momentos considerando as ligações semi-rígidas, em função do fator de restrição ( $\alpha_R$ ) e dos momentos para as vigas com ligações rígidas, como indicado na figura 2-54.

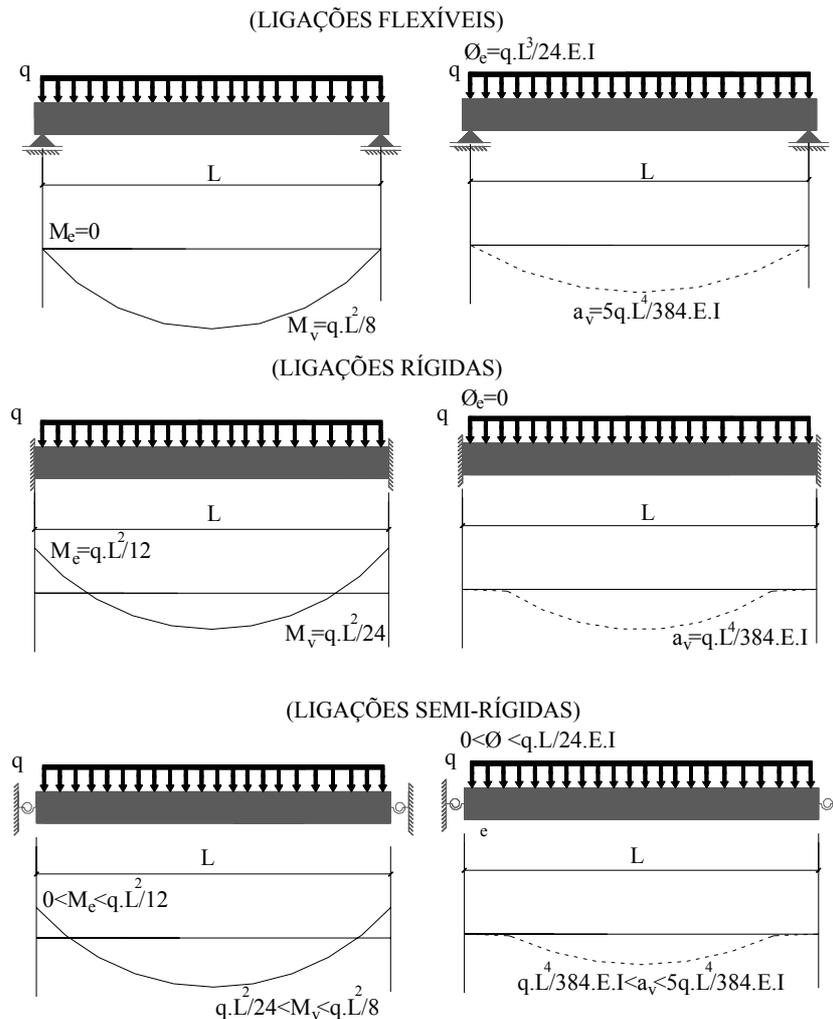


Figura 2-53: Efeito da ligação no comportamento da viga. [adaptado de FERREIRA (1999)]

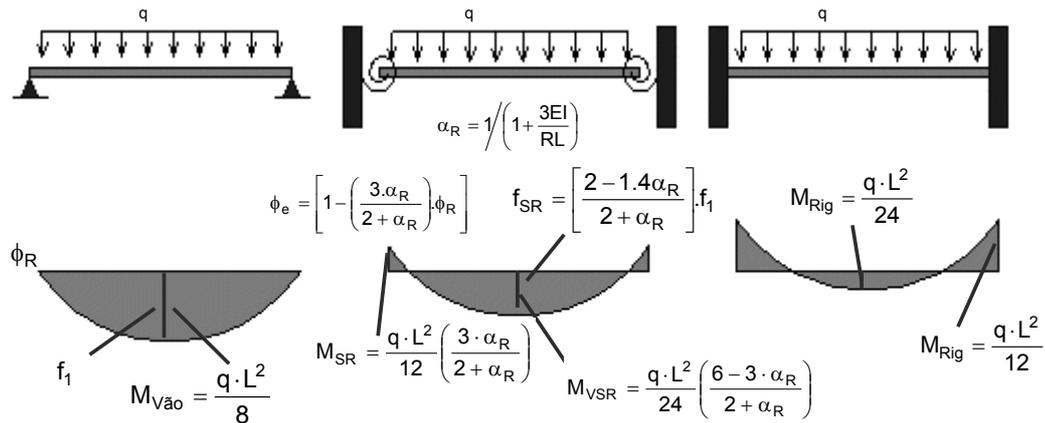


Figura 2-54: Efeito das Ligações semi-rígidas nas vigas.

Considerando uma viga com a aplicação de duas cargas concentradas (como as vigas empregadas nos ensaios), a relação entre as flechas da viga bi-apoiada ( $f_1$ ) e da viga com ligações semi-rígidas ( $f_{SR}$ ), pode ser obtida através da seguinte expressão:

$$\frac{f_{SR}}{f_1} = 0.3172 \cdot \alpha_R^2 - 1.0723 \cdot \alpha_R + 1 \quad (2-16)$$

Essa relação foi encontrada considerando a aplicação, em uma viga, de duas cargas concentradas, variando os valores correspondentes ao fator de restrição à rotação  $\alpha_R$  de 0 a 1, com o auxílio do programa *ftool*.

Adicionalmente, a relação entre a rotação no apoio com a presença de ligações ( $\phi_{ap}$ ) e na rótula ( $\phi_{art}$ ), é obtida, de acordo com FERREIRA (2001) da seguinte maneira:

onde  $\phi_{art} = qL^3/24EI$

$$\frac{\phi_{ap}}{\phi_{art}} = \frac{4 - 6\alpha_R + 2\alpha_R^2}{4 - \alpha_R^2} \rightarrow 1 - \frac{\phi_{ap}}{\phi_{art}} = \frac{M_{extr}}{M_{eng}} \quad (2-17)$$

Considerando os equacionamentos desenvolvidos em FERREIRA (1993), para uma viga com aplicação de duas cargas concentradas, foi possível obter a expressão que permite a determinação da porcentagem de engastamento, da seguinte maneira:

$$\frac{M_{\text{extr}}}{M_{\text{eng}}} = \frac{6\alpha_R - 3\alpha_R^2}{4 - \alpha_R^2} \quad (2-18)$$

# CAPÍTULO 3

## 3. PROGRAMA EXPERIMENTAL

---

### 3.1 Objetivos do Programa Experimental

O objetivo central da presente pesquisa foi investigar experimentalmente o comportamento de vigas pré-moldadas protendidas, considerando o efeito das ligações semi-rígidas no desempenho estrutural das vigas adjacentes conectadas, ou seja, considerando o efeito da deformabilidade das ligações na redistribuição dos esforços e deslocamentos.

Dessa forma, foi escolhida uma ligação viga-pilar típica com resistência à flexão, contendo armadura negativa de continuidade na borda superior da extremidade da viga. A ligação semi-rígida foi conseguida através da armadura negativa de continuidade que, na presente pesquisa, foi fixada aos elementos de pilares por meio de luvas rosqueadas.

A avaliação do efeito das ligações na extremidade de uma viga pré-moldada em concreto protendido foi realizada através da comparação entre os resultados experimentais de um modelo composto pela viga com ligações semi-rígidas descritas, e um modelo composto pela viga bi-articulada. Realizaram-se comparações entre os resultados de deslocamentos e deformações, conforme descrito na metodologia experimental.

### 3.2 Detalhamento do Programa Experimental

#### 3.2.1 Descrição dos Modelos

Foram ensaiados, na presente pesquisa, dois modelos denominados de modelo BA e modelo SR. O modelo BA foi composto por uma viga pré-moldada protendida bi-apoiada, como pode ser observado na figura 3-1. O modelo SR, foi composto por uma viga pré-moldada protendida (idêntica à viga do modelo BA) com a presença de ligações semi-engastadas, utilizando armadura de continuidade. Assim, o modelo SR foi constituído

por uma viga pré-moldada protendida e por dois elementos de pilares em “L”, simulando pilares de extremidade, como pode ser observado na figura 3-2.

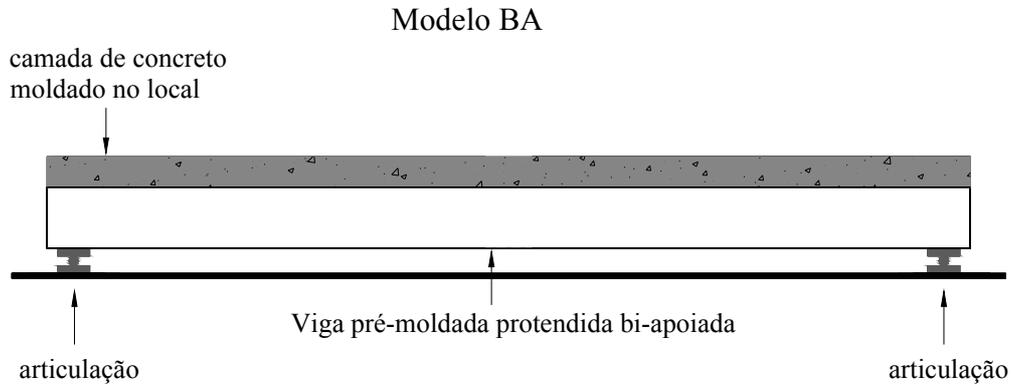


Figura 3-1: Esquema do modelo BA.

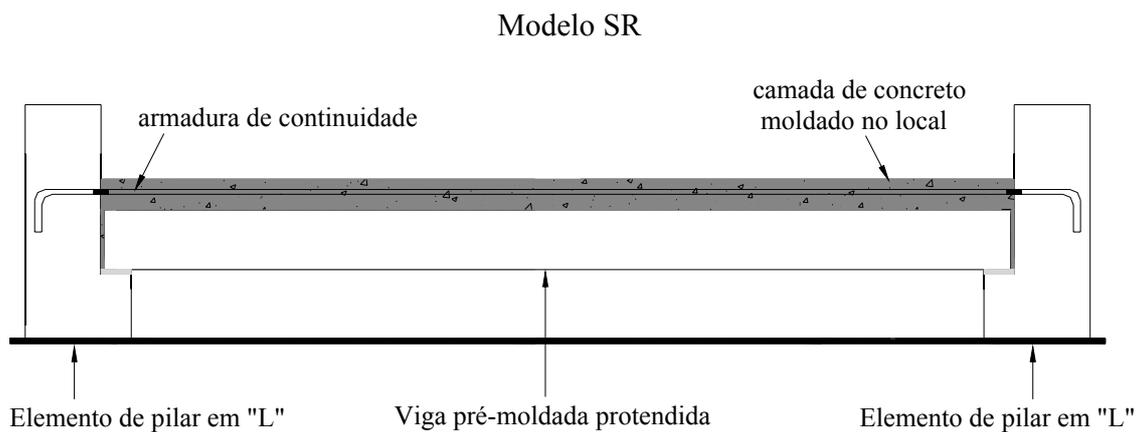


Figura 3-2: Esquema do modelo SR.

O detalhamento dos elementos de pilares em “L”, empregados no modelo SR, pode ser observado na figura 3-3.

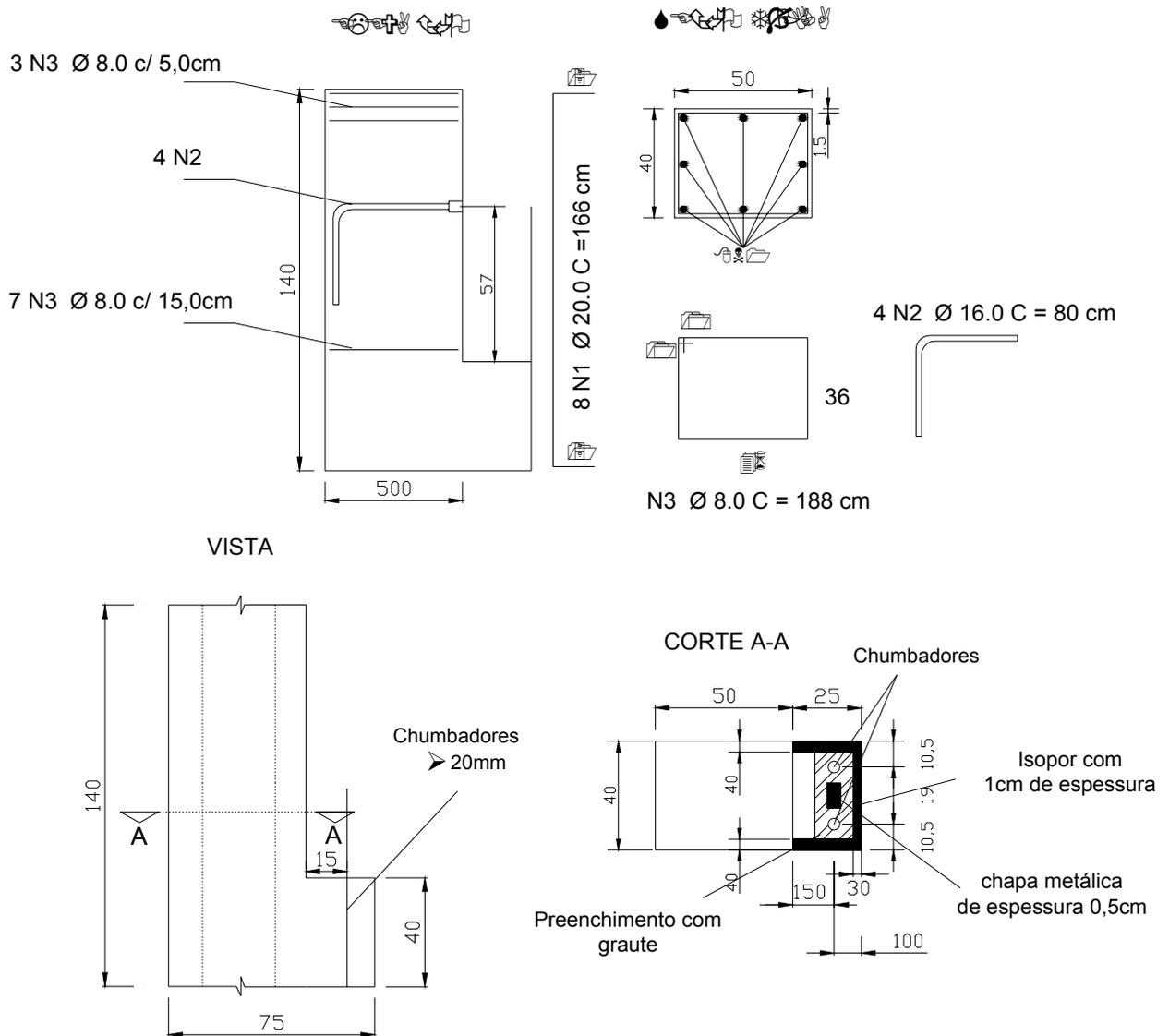


Figura 3-3: Fôrma e detalhamento dos elementos de pilar em “L”, presentes no modelo SR.

Como pode ser observado na figura 3-3, nos centros dos consolos, presentes nos elementos de pilares, foram fixadas chapas metálicas de 0,5 cm de espessura, com o intuito de definir o centro de giro do apoio. Além disso, foram fixadas tiras de isopor nas extremidades do consolo, auxiliando no grauteamento realizado na interface entre a viga e o pilar. Para tal grauteamento foi utilizado um graute industrializado Masterflow 320 da Degussa, cujas características estão apresentadas no item referente às características dos materiais.

Nos consolos foram utilizados dois chumbadores de diâmetro correspondente a 20 mm transpassando os dois nichos verticais presentes nas extremidades da viga, sendo parafusados

com porcas sobre chapas metálicas presentes no topo da viga. Os chumbadores corresponderam a barras rosqueadas realizadas com aço SAE 1020 ( $f_{yb} \cong 250$  MPa), sendo ancorados através de uma chapa de aço com 16 mm de espessura soldada na extremidade de cada barra.

O detalhamento do consolo presente nos elementos de pilares utilizados para compor o modelo SR pode ser observado na figura 3-4.

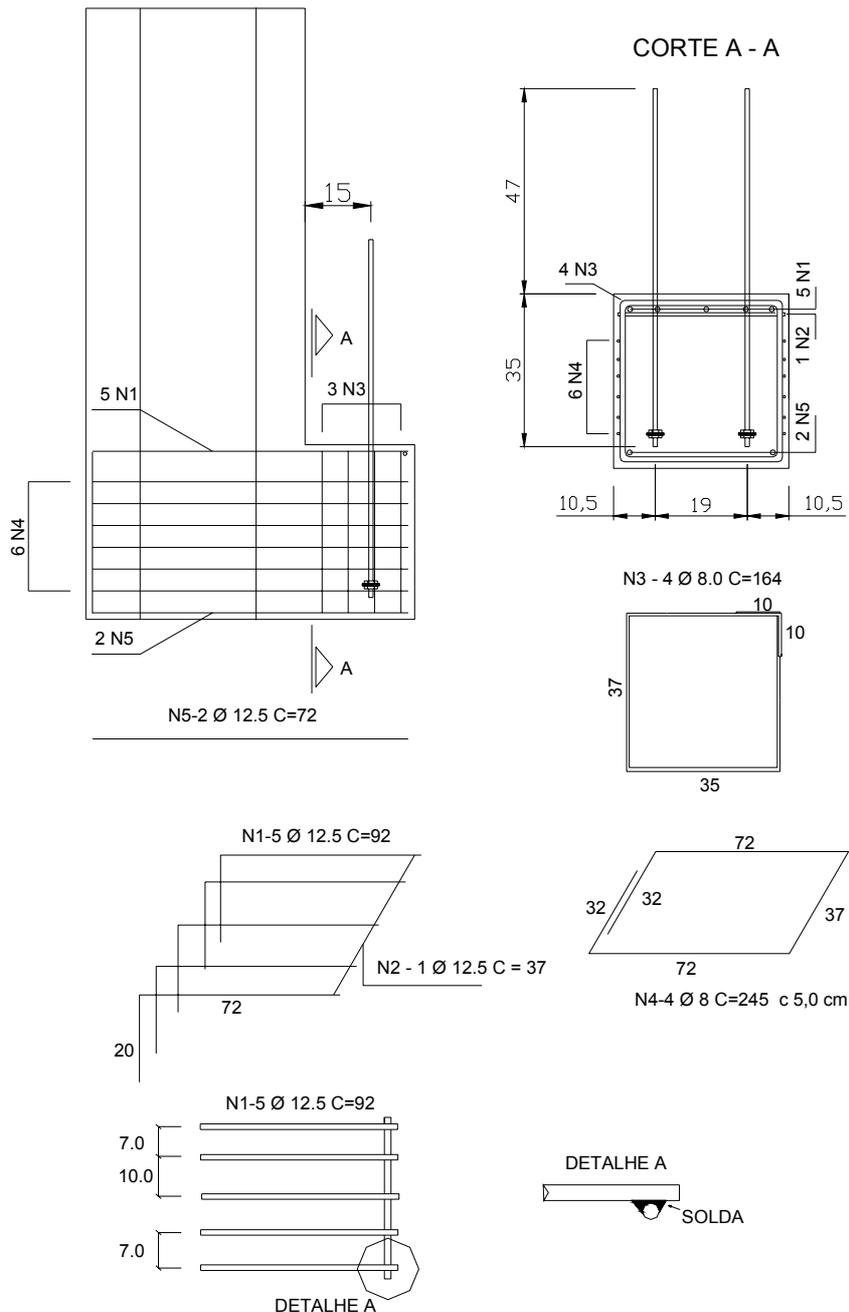


Figura 3-4: Detalhe do consolo e suas armaduras (Modelo SR)

Nos modelos ensaiados (modelo BA e modelo SR), foram utilizadas vigas pré-moldadas protendidas, sendo essas pré-fabricadas pela empresa Leonardi. Utilizou-se a protensão com aderência inicial e foram empregados cabos retos com uma área de  $390 \text{ mm}^2$  ( $4 \phi 12,7 \text{ mm}$ ) e aço correspondente ao CP190-RB. Além disso, também foram utilizadas armaduras passivas com aço CA-50 correspondendo a uma área de  $160 \text{ mm}^2$  ( $2 \phi 10,0 \text{ mm}$ ). A fôrma da viga pré-moldada protendida utilizada nos ensaios dos modelos pode ser observada na figura 3-7 e o detalhamento de sua armação está ilustrado na figura 3-8. É importante ressaltar que as vigas pré-moldadas protendidas fabricadas pela empresa Leonardi apresentaram largura e altura de 400 mm, constituindo uma pré-viga com a presença de estribos acima da seção concretada, como pode ser observado na figura 3-5.



Figura 3-5: Pré-vigas fabricadas pela empresa Leonardi.

Para ambos os modelos, a pré-viga teve sua parte superior preenchida com concreto moldado no local, atingindo uma altura de 600 mm, como pode ser observado na figura 3-6.



Figura 3-6: Vigas após concretagem de suas camadas superiores.

Considerando o modelo SR, foram utilizadas armaduras longitudinais negativas (aço CA-50), acopladas em luvas inseridas nos elementos de pilares através de rosqueamento. A solidarização das armaduras foi realizada através da concretagem e preenchimento de 200 mm sobre a viga pré-moldada. Desse modo, a viga passou a apresentar 600 mm de altura, mantendo a largura de 400 mm e o comprimento de 5900 mm. Com o objetivo de promover a continuidade entre a viga pré-moldada e o complemento concretado no local, todos os estribos verticais de 8 mm foram projetados para fora da parte pré-moldada.

Os valores experimentais para a resistência e o módulo elástico dos materiais utilizados nos modelos foram obtidos nas datas correspondentes a cada ensaio executado, e podem ser observados no item referente às características dos materiais.

As armaduras dos modelos foram ajustadas tendo em vista: questões de ordem prática; dimensões de bitolas mais empregadas na indústria; evitar a ruína localizada; compatibilização de disposições construtivas e de facilidade de concretagem.

A empresa Leonardi forneceu os elementos de viga e a empresa Protendit forneceu os elementos de pilares e as luvas rosqueadas para a composição dos modelos ensaiados. Todos os modelos foram concretados no mesmo dia, o que permitiu que os mesmos possuíssem materiais com características bastante semelhantes (fator favorável para as verificações pretendidas).

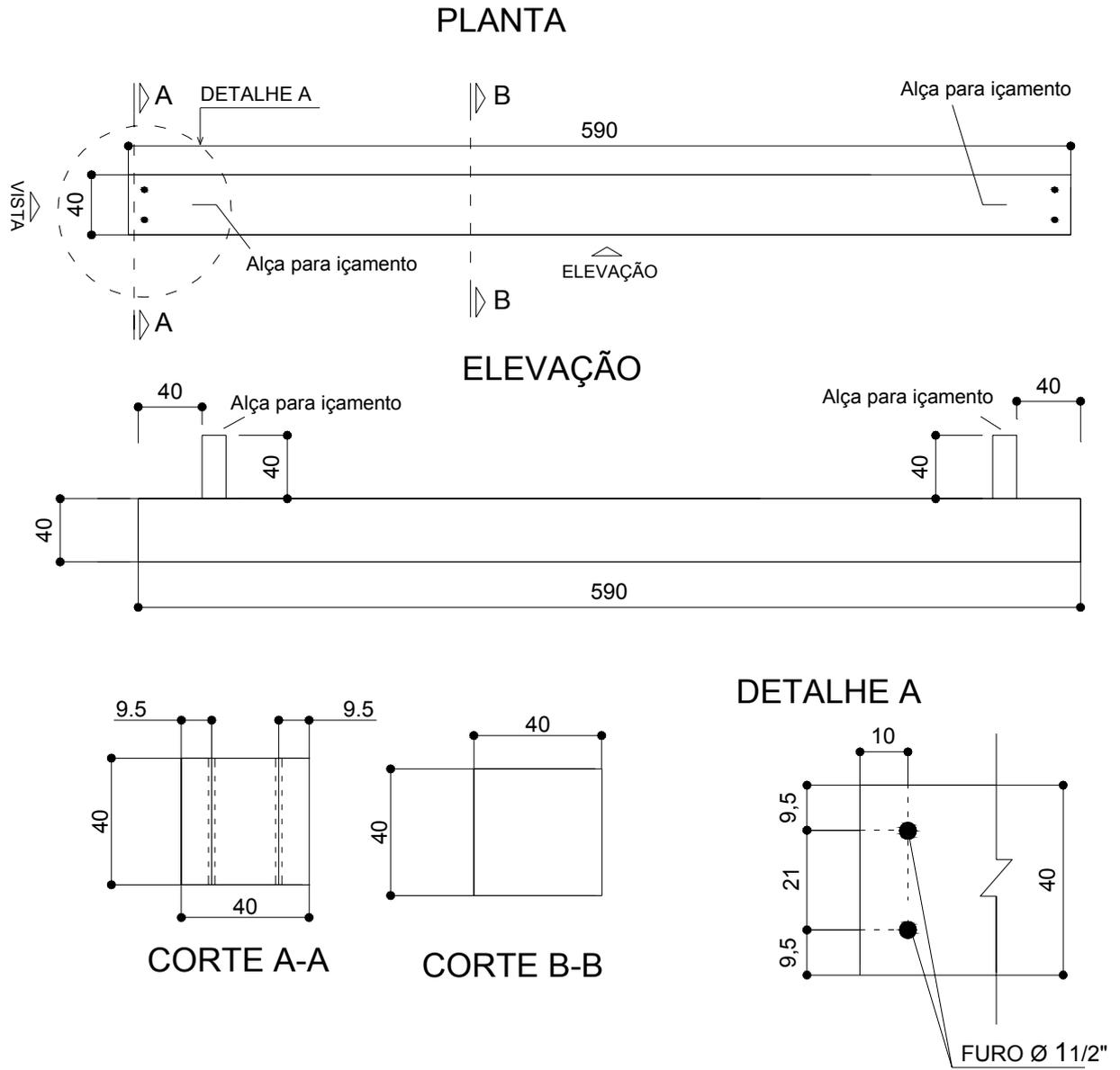


Figura 3-7: Fôrma da viga pré-moldada protendida utilizada para compor os modelos BA e SR.

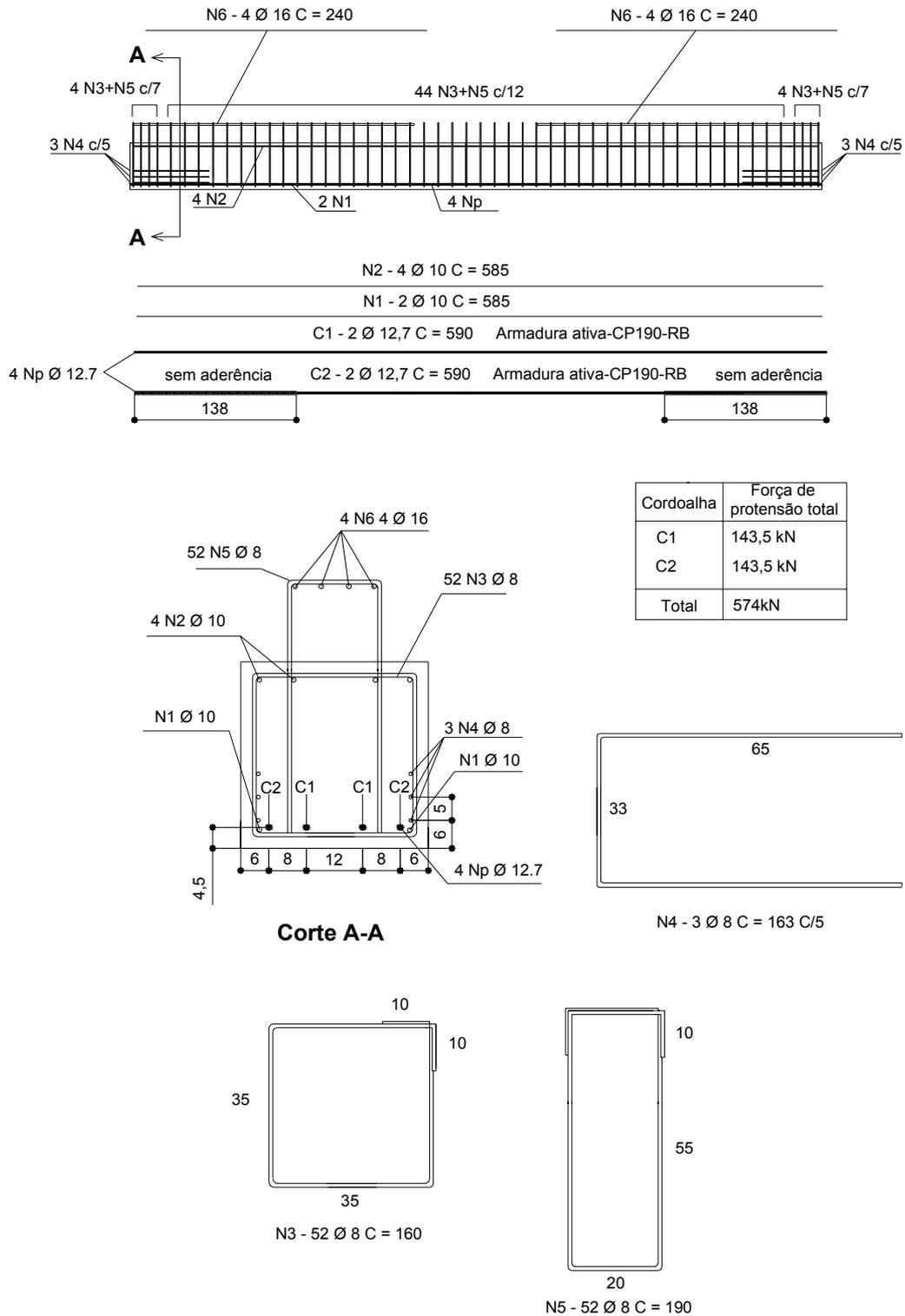


Figura 3-8: Detalhamento da armação da viga pré-moldada protendida utilizada para compor os modelos BA e SR.

A determinação da carga a ser aplicada nos modelos, o dimensionamento da viga pré-moldada protendida e de suas alças de içamento, e o dimensionamento dos consolos que foram empregados nos ensaios, estão apresentados nos apêndices 1, 2, 3 e 4. Além disso, no apêndice 5 da presente pesquisa, pode-se observar o desenvolvimento de um procedimento para o dimensionamento de uma viga pré-moldada protendida considerando o efeito das ligações semi-rígidas. A tipologia de viga e ligações utilizadas nesse dimensionamento é semelhante à estudada na presente pesquisa

### 3.2.2 Características dos Materiais

#### ➤ Concreto

Para compor as vigas utilizadas na presente pesquisa foram empregados dois tipos de concreto, sendo a fabricação da viga dividida em duas partes. Primeiramente foram fabricadas, pela empresa Leonardi, as pré-vigas pré-moldadas de concreto protendido, que apresentaram largura e altura de 400 mm, com a presença de estribos acima da seção concretada.

Em seguida foi realizado o preenchimento de parte da seção resistente da viga com a utilização de concreto moldado no local, permitindo que a viga passasse a apresentar uma altura de 600 mm.

Através de contatos com a empresa Leonardi, fornecedora das vigas, foi possível a obtenção de informações a respeito de ensaios realizados com o concreto utilizado para a produção das peças estruturais.

A composição do concreto utilizado para a fabricação das pré-vigas apresenta-se na tabela 3-1.

**Tabela 3-1: Composição do concreto utilizado nas vigas ensaiadas.**

Material	Tipo	Traço 1m <sup>3</sup> (Kg)
Cimento	CPV ARI-plus	350
Filer Calcáreo	-----	39
Pedrisco	AG.1	350
Areia Artificial	AG.2	420
Areia de Quartzzo	AG.3	350
Brita 1	AG.4	735
Aditivo	Glenium 51	1,47
Água	-----	172

Com as quantidades dos elementos utilizados para compor o concreto foi possível determinar o traço utilizado, que correspondeu a 1:2:2,8 (aglomerante:agregado miúdo:agregado graúdo) sendo a relação água/cimento correspondente a 0,49 e a relação aditivo/cimento correspondente a 0,42.

Algumas porcentagens dos elementos empregados podem ser observadas na tabela 3-2, e algumas relações entre os componentes utilizados podem ser observadas na tabela 3-3.

**Tabela 3-2: Determinação das porcentagens dos materiais que compõem o aglomerante o agregado miúdo e o agregado graúdo.**

Componente do traço	Material	Total (Kg)	Porcentagem (%)
Aglomerante	Cimento	389	90
	Filer Calcáreo		10
Agregado miúdo	Areia Artificial	770	54,54
	Areia de Quartzo		45,46
Agregado graúdo	Pedrisco	1085	32,26
	Brita 1		67,74

**Tabela 3-3: Relação entre os componentes: água, aditivo, aglomerante e cimento.**

Relação dos Componentes	Relação
Água/Aglomerante	0,44
Água/Cimento	0,49
Aditivo/Aglomerante	0,38
Aditivo/Cimento	0,42

Na empresa fornecedora das peças, o padrão de resistência à compressão do concreto  $f_{cj}$  ideal para o emprego da protensão corresponde a 20 MPa, tendo o concreto idade de 12 horas, devido aos fatores de ganho de produção e resistência. A empresa Leonardi realizou ensaios de compressão axial em dois corpos-de-prova, que proporcionaram uma resistência média para o concreto com 12 horas de idade, correspondente a 20,1 MPa.

O concreto utilizado para compor a pré-viga apresentou Slump correspondente a 150 mm, sendo utilizados aditivos superplastificantes para atingir essa trabalhabilidade.

Foram realizados ensaios para a determinação da resistência à compressão e módulo de elasticidade dos concretos utilizados, em diversas idades, no laboratório de Materiais Avançados à Base de Cimento (LMABC) da Escola de Engenharia de São Carlos (EESC) da Universidade de São Paulo (USP). A seguir serão descritos os procedimentos empregados para a realização dos ensaios em corpos-de-prova com diâmetro de 100 mm e altura de 200 mm.

➤ **Ensaio para a determinação da resistência à compressão do concreto**

Os corpos-de-prova compostos pelo concreto utilizado para a fabricação da pré-viga, foram moldados pela empresa Leonardi, fornecedora das vigas. A empresa também foi responsável pela determinação da resistência à compressão de 2 corpos-de-prova na idade da protensão, que correspondeu a 1 dia.

Os corpos-de-prova compostos pelo concreto utilizado para o preenchimento da seção resistente da viga, foram moldados no laboratório NETPRE (Núcleo de Estudo e Tecnologia em Pré-Moldados de Concreto), juntamente com a concretagem dos modelos. Após a moldagem dos corpos-de-prova, iniciou-se a cura por aspersão (quando superfícies expostas são permanentemente umedecidas) após o fim de pega dos mesmos. Com a desmoldagem dos corpos-de-prova, realizada após 2 dias da concretagem, os mesmos foram levados ao laboratório LMABC, onde foram submetidos à cura por imersão (figura 3-9) até a data de realização dos ensaios.



**Figura 3-9: Corpos-de-prova submetidos à cura por imersão.**

O preparo dos corpos-de-prova para a execução dos ensaios de compressão axial simples, foi realizado retificando suas superfícies de contato com os pratos da prensa servo-hidráulica (topo e base), por meio de um faceador de corpos-de-prova com disco diamantado, ilustrado na figura 3-10.



**Figura 3-10: Faceador para corpo-de-prova utilizado para a etapa de retificação.**

Pode-se observar na figura 3-11, que após a retificação, os corpos-de-prova apresentaram as superfícies lisas.



Figura 3-11: Corpos-de-prova após o processo de retificação.

Os ensaios de corpos-de-prova cilíndricos de concreto foram realizados de acordo com a NBR 5739:1994, sendo ensaiados até a ruptura em prensa servo-hidráulica, ilustrada na figura 3-12, com velocidade de carregamento de 0,6 MPa/s.



Figura 3-12: Prensa servo-hidráulica.

Na figura 3-13, pode-se observar o ensaio de compressão axial simples de um corpo-de-prova composto pelo concreto pré-moldado (PM) utilizado para fabricação da pré-viga.



Figura 3-13: Ensaio de compressão axial simples.

Os resultados dos ensaios para a determinação da resistência à compressão dos corpos-de-prova podem ser observados na tabela 3-4.

**Tabela 3-4: Determinação da resistência à compressão dos concretos utilizados para várias idades.**

Corpo de Prova	Especificação	Idade (dias)	Força (kN)	Área (cm <sup>2</sup> )	Tensão (MPa)	Tensão média (MPa)
1	PM	1	170	78,540	21,6	20,1
2			146		18,6	
1	ML	10	193,5	78,540	24,6	25,7
2			203,1		25,9	
3			207,9		26,5	
1	PM	27	360	78,540	45,8	44,23
2			340		43,3	
3			342,2		43,6	
1	ML	19	257,5	78,540	32,8	32,45
2			251,9		32,1	
1	PM	36	404,6	78,540	51,5	52,6
2			420,5		53,5	
3			413,7		52,7	
1	ML	28	278,1	78,540	35,4	35,0
2			271,8		34,6	

PM: Concreto referente a pré-viga, composta por concreto pré-moldado

ML: Concreto referente a seção resistente da viga composta por concreto moldado no local

Na tabela 3-5, estão apresentados os resultados dos ensaios de resistência à compressão na data da experimentação de cada modelo.

**Tabela 3-5: Tabela resumo da resistência média à compressão dos concretos utilizados na data dos respectivos ensaios.**

Especificação	Idade (dias)	Ensaio	Tensão média (MPa)
ML	10	Viga bi-apoiada	25,7
PM	27	Viga bi-apoiada	44,23
ML	19	Viga com ligações semi-rígidas	32,45
PM	36	Viga com ligações semi-rígidas	52,6

PM: Concreto referente a pré-viga, composta por concreto pré-moldado

ML: Concreto referente a seção resistente da viga composta por concreto moldado no local

➤ **Ensaio para a determinação do módulo de elasticidade do concreto**

Os corpos-de-prova destinados à realização do ensaio para a determinação do módulo de elasticidade receberam os mesmos cuidados que descritos anteriormente para os corpos-de-prova utilizados no ensaio de compressão axial simples.

Os ensaios de determinação do módulo de elasticidade foram realizados seguindo recomendações da NBR 8522:1984. Através de dois extensômetros (fixos em lados opostos do corpo-de-prova) foram realizadas medidas de deslocamentos a cada 2 segundos até a carga de 80% da carga de ruptura, sendo 0,5 MPa/s a velocidade de carregamento.

Na figura 3-14, pode-se observar o ensaio para a determinação do módulo de elasticidade de um corpo-de-prova composto pelo concreto moldado no local (ML) utilizado para o preenchimento de parte da seção resistente das vigas ensaiadas.



**Figura 3-14: Ensaio para determinação do módulo de elasticidade do concreto moldado no local.**

Após a determinação da média dos deslocamentos dos dois extensômetros foram traçados os gráficos tensão-deformação, a partir dos quais foi possível a obtenção do módulo de elasticidade para cada corpo-de-prova ensaiado. Os resultados dos ensaios para a determinação do módulo de elasticidade correspondentes aos concretos utilizados podem ser observados na

tabela 3-6.

**Tabela 3-6: Determinação do módulo de elasticidade (E) dos concretos utilizados, para várias idades.**

Corpo de Prova	Especificação	Idade (dias)	Módulo E (kN/mm <sup>2</sup> )	Módulo E médio (kN/mm <sup>2</sup> )
1	ML	10	27,450	27,425
2		10	27,400	
1	PM	27	25,241	24,517
2		27	23,793	
1	ML	19	32,507	32,1885
2		19	31,870	
1	PM	36	27,374	27,14
2		36	26,906	
1	ML	28	34,591	34,757
2		28	34,923	

PM: Concreto referente a pré-viga, composta por concreto pré-moldado

ML: Concreto referente a seção resistente da viga composta por concreto moldado no local

Na tabela 3-7 são apresentados os resultados dos ensaios para a determinação do módulo de elasticidade na data da experimentação de cada modelo.

**Tabela 3-7: Tabela resumo do módulo de elasticidade médio dos concretos utilizados nas datas dos respectivos ensaios.**

Especificação	Idade (dias)	Ensaio	Módulo E médio (kN/mm <sup>2</sup> )
ML	10	Viga bi-apoiada	27,425
PM	27	Viga bi-apoiada	24,517
ML	19	Viga com ligações semi-rígidas	32,1885
PM	36	Viga com ligações semi-rígidas	27,14

PM: Concreto referente a pré-viga, composta por concreto pré-moldado

ML: Concreto referente a seção resistente da viga composta por concreto moldado no local

### ➤ Graute

Para o preenchimento das juntas entre os pilares e a viga, e também dos buracos dos chumbadores, foi utilizada uma argamassa industrializada de alta resistência e retração compensada Masterflow 320 da Degussa. Essa argamassa se caracteriza como um graute devido ao fato de: apresentar consistência fluida dispensando o adensamento; atingir altas resistências iniciais e finais e apresentar expansão controlada.

Assim como descrito para os concretos, foram realizados corpos-de-prova compostos por esse graute com altura de 100 mm e diâmetro de 50 mm, para a realização de ensaios de compressão axial simples e também ensaios para a determinação do módulo de elasticidade dos mesmos.

Na figura 3-15 pode-se observar o ensaio de compressão axial realizado em um corpo-de-prova composto pelo graute utilizado nas ligações e chumbadores.



**Figura 3-15: Ensaio de compressão axial simples em corpo-de-prova composto pelo graute utilizado.**

Na figura 3-16, pode-se observar o ensaio realizado para a determinação do módulo de elasticidade de um corpo-de-prova composto pelo graute empregado no modelo SR.



**Figura 3-16: Ensaio para a determinação do módulo de elasticidade do graute empregado.**

De acordo com os dados técnicos do Masterflow 320 Graute, obtido em catálogo da Degussa, a resistência à compressão axial simples deve ser:

Para 1 dia : superior a 25MPa

Para 3 dias: superior a 40 MPa

Para 28 dias: superior a 50 MPa

Os resultados dos ensaios de compressão axial simples, realizados na data do ensaio do modelo composto pela viga com ligações semi-rígidas podem ser observados na tabela 3-8.

**Tabela 3-8: Determinação da resistência à compressão do graute utilizado no modelo SR.**

Corpo de Prova	Especificação	Idade (dias)	Força (kN)	Área (cm <sup>2</sup> )	Tensão (MPa)	Tensão média (MPa)
1	GR	23	78,7	19,63	40,1	40,2
2	GR	23	78,5	19,63	40,0	
3	GR	23	79,5	19,63	40,5	

GR: Graute utilizado no preenchimento das ligações e buracos dos chumbadores.

Considerando a idade dos corpos-de-prova, correspondente a 23 dias, pode-se confirmar os dados oferecidos pelo fabricante do graute, uma vez que o mesmo apresentou resistência à compressão superior a 40 MPa para uma idade superior a 3 dias.

Na tabela 3-9, pode-se observar os resultados dos ensaios para a determinação do módulo de elasticidade do graute empregado no ensaio da viga com ligações semi-rígidas.

**Tabela 3-9: Determinação do módulo de elasticidade do graute utilizado no modelo SR.**

Corpo de Prova	Especificação	Idade (dias)	Módulo E (kN/mm <sup>2</sup> )	Módulo E médio (kN/mm <sup>2</sup> )
1	GR	23	39,025	43,424
2	GR	23	47,823	

GR: Graute utilizado no preenchimento das ligações e buracos dos chumbadores.

### ➤ Aço

Nas vigas ensaiadas foram utilizados aços CA-25 e CA-50 para compor as armaduras passivas com bitolas de 8 mm, 10 mm e 16 mm. Outras informações a respeito das armaduras passivas utilizadas podem ser observadas na tabela 3-10.

**Tabela 3-10: Informações a respeito das armaduras passivas utilizadas nas vigas ensaiadas.**

Tipo	Bitola (mm)	L.E. (MPa)	L.R. (MPa)	A (%)	L.R./L.E.
CA-25	10,0	325	455	32,0	1,4
CA-50	8,0	558	824	14,53	1,48
CA-50	10,0	654	775	15,50	1,19

L.E: limite de escoamento;

L.R: limite de resistência;

A: alongamento;

L.R./L.E: relação elástica.

Também foram utilizadas cordoalhas nuas CP 190-RB de 12,7 mm, com área do cabo correspondente a 98,7 mm<sup>2</sup>. Outras informações a respeito das cordoalhas podem ser observadas na tabela 3-11.

Tabela 3-11: Informações sobre as cordoalhas utilizadas nas vigas ensaiadas.

Tipo	Módulo de elasticidade (kN/mm <sup>2</sup> )	Resistência à ruptura (kN)	Resistência apresentada com 1% de extiramento (kN)	Alongamento em ( $L_0 > 24''/610$ mm) (%)
	Intervalo 185-205 kN/mm <sup>2</sup>	Min 183,7 kN	Min 165,3 kN	Min 3,5 %
CP190 RB	201,3	189	182	5 %

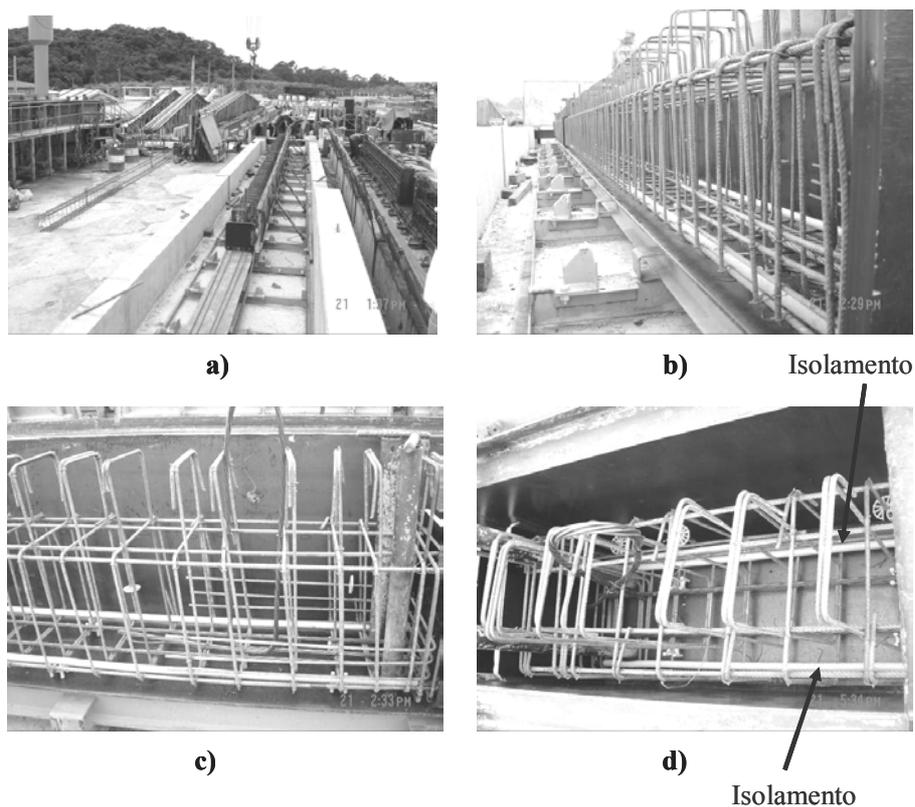
### 3.2.3 Confeção, Transporte e Montagem dos Modelos

As pré-vigas utilizadas na realização dos ensaios foram fabricadas pela empresa Leonardi da cidade de São Paulo, e corresponderam a vigas pré-moldadas de concreto protendido. Assim, foi aplicada uma força de protensão correspondente a 143,5 kN em cada um dos quatro cabos (com 12,7 mm diâmetro) somando um total de 574 kN. Essa força de protensão proporcionou um alongamento dos cabos correspondente a 39,5 cm. O alívio da protensão foi realizado quando o concreto atingiu um  $F_{cj}$  de 34,1 MPa, obtido através do ensaio de esclerometria. A etapa de protensão pode ser observada na figura 3-17.



Figura 3-17: Protensão das armaduras empregadas nas vigas referentes a presente pesquisa.

As vigas protendidas foram fabricadas em pista de protensão, sendo empregado, em alguns trechos, um isolamento da cordoalha, que correspondeu a 46% do comprimento do cabo. A pista de protensão utilizada, a disposição e o posicionamento das armaduras passivas e ativas e a presença de isolamento em algumas cordoalhas podem ser observados na figura 3-18.



**Figura 3-18:** a) Pista de protensão; b) e c) Disposição das armaduras; d) Indicação do isolamento das armaduras de protensão na extremidade das vigas.

Os elementos de pilares com consolo foram fabricados pela empresa Protendit de São José do Rio Preto, com o emprego de concreto com 35 MPa. A armação desses elementos de pilares pode ser observada na figura 3-19. Os elementos de pilares foram transportados até o laboratório NETPRE (Núcleo de Estudo e Tecnologia em Pré-Moldados de Concreto) por um caminhão próprio da empresa Protendit.



**Figura 3-19:** Produção dos trechos de pilares.

As vigas foram fabricadas com o emprego de concreto de 40 MPa, sendo produzido pela própria empresa. A caracterização do concreto utilizado pela empresa Leonardi foi descrita anteriormente no item 3.2.2. A etapa da concretagem das vigas pode ser observada na figura 3-20.



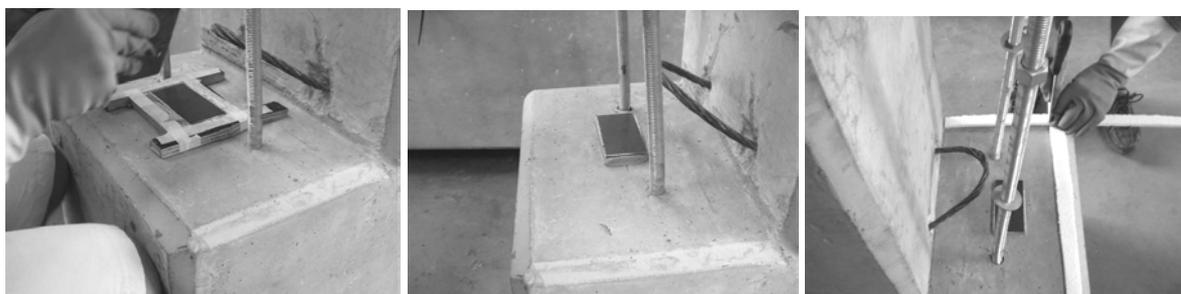
**Figura 3-20: Concretagem das vigas protendidas estudadas.**

As vigas foram transportadas da fábrica até o laboratório NETPRE (Núcleo de Estudo e Tecnologia em Pré-Moldados de Concreto) por um caminhão concedido pela própria Universidade (UFSCar). O transporte das peças no interior do laboratório foi realizado com o auxílio de uma ponte rolante com capacidade de 5 toneladas e com a utilização de fitas para içamento com capacidade de 8 toneladas. A chegada das vigas e o transporte interno podem ser observados na figura 3-21.



**Figura 3-21: Chegada das vigas e transporte interno.**

A montagem do modelo com a presença de ligações semi-rígidas iniciou-se com a preparação dos consolos para o posterior posicionamento da viga. Para garantir um melhor posicionamento da viga sobre os apoios, fixou-se uma chapa metálica em cada consolo com o auxílio de massa plástica. Para isso realizou-se uma pequena fôrma permitindo que a chapa ficasse nivelada e com altura de 1 cm a partir da superfície do consolo. Após a fixação das chapas, colocou-se tiras de isopor de 1 cm de espessura ao longo do perímetro do consolo, criando uma fôrma para seu posterior preenchimento com graute. Essa etapa de preparação dos consolos pode ser observada na figura 3-22.



**Figura 3-22: Preparação dos consolos para o posicionamento da viga.**

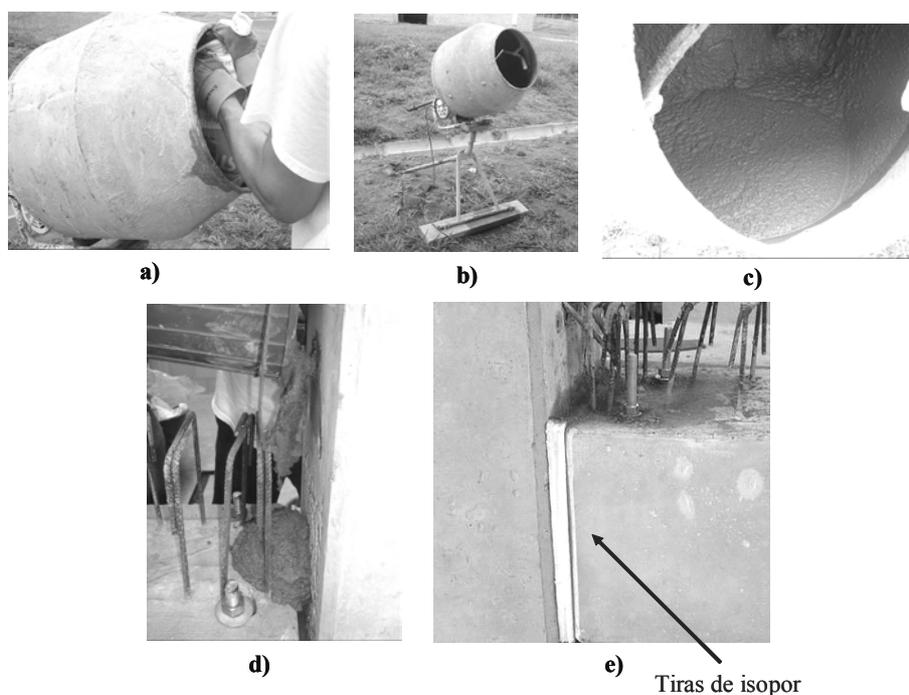
Com isso, foi possível o posicionamento da viga sobre os consolos, como pode ser observado na figura 3-23.



**Figura 3-23: Posicionamento da viga sobre os consolos.**

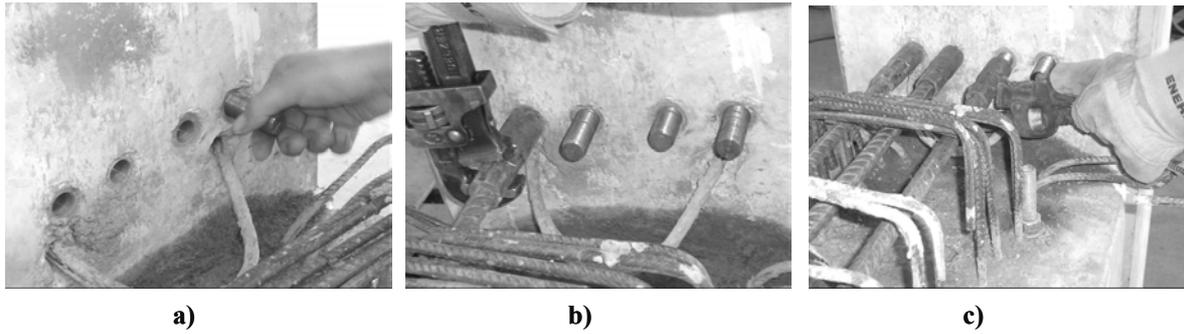
O próximo passo da montagem correspondeu ao preenchimento das juntas entre a viga e os pilares, entre a viga e os consolos, além do preenchimento dos nichos dos chumbadores. Para isso, foi utilizado um graute industrializado com alta resistência e retração compensada

Masterflow 320. Utilizou-se betoneira para possibilitar uma correta homogeneização e atuação dos componentes que constituíram o graute utilizado. Utilizou-se tiras de isopor, de 1 cm de espessura, na interface viga-pilar com o intuito de impedir a passagem do graute no instante do preenchimento da mesma. A etapa de preparação e grauteamento podem ser observadas na figura 3-24.



**Figura 3-24:** a) colocação do graute na betoneira; b) homogeneização dos componentes juntamente com a água utilizada; c) detalhe do graute pronto; d) aplicação do graute na junta entre viga e pilar; e) modelo após o grauteamento da junta e dos chumbadores.

A próxima etapa da montagem do modelo com a presença de ligações semi-rígidas correspondeu ao processo de fixação das armaduras negativas. Tal processo iniciou-se com o rosqueamento de um dispositivo metálico em luvas rosqueadas existentes no interior dos pilares. Em seguida, as armaduras de continuidade, que igualmente aos pilares também possuíram luvas em uma de suas extremidades, foram rosqueadas junto ao dispositivo, proporcionando maior rigidez à ligação. A etapa de rosqueamento das armaduras negativas pode ser observada na figura 3-25.



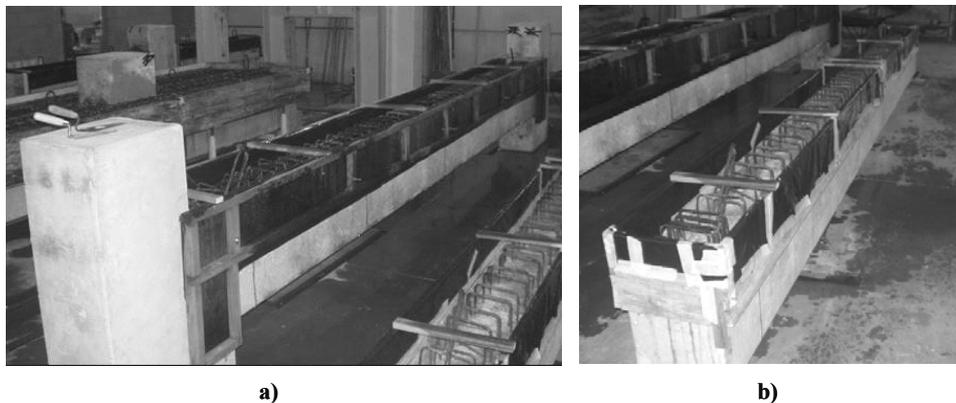
**Figura 3-25:** a) Rosqueamento de dispositivos metálicos em luvas existentes no interior do pilar; b), e c) rosqueamento das armaduras negativas nos dispositivos metálicos, através das luvas presentes na extremidade das armaduras.

Após a fixação das armaduras negativas e da colagem dos *Strain Gages*, detalhada no item 3.2.4 que trata da instrumentação, realizou-se a preparação da viga para a concretagem. Essa preparação consistiu na montagem e fixação das fôrmas na viga.

O modelo composto por uma viga bi-apoiada, teve sua montagem iniciada nessa etapa, com a compra, corte e fixação das tábuas de maneira a compor a fôrma para possibilitar a concretagem da mesma.

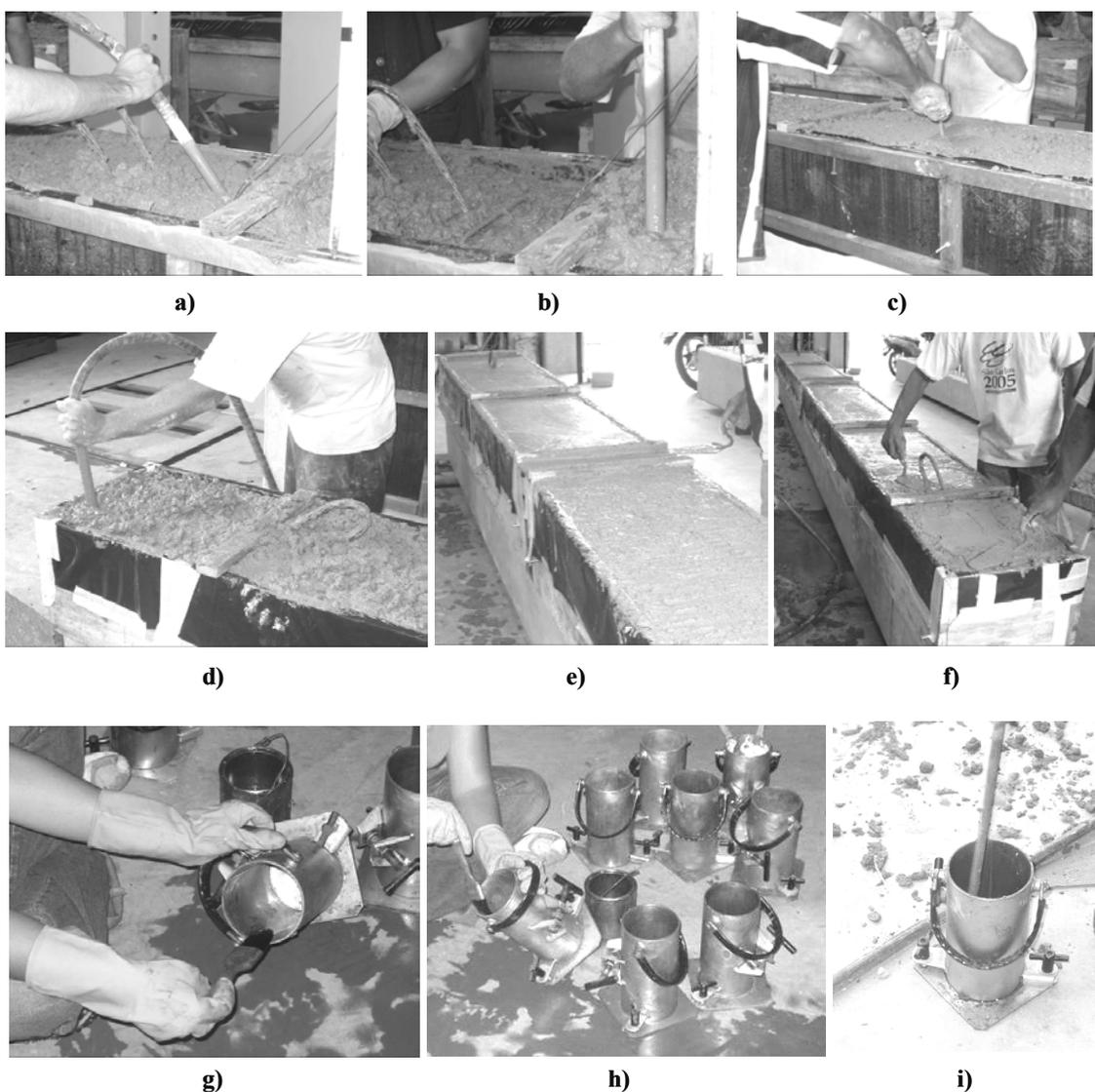
Para os dois modelos executados, utilizou-se uma lona plástica envolvendo cada parte da fôrma, com o intuito de facilitar a desmoldagem. Para a adequada fixação das fôrmas nas vigas, foram empregadas barras rosqueadas em diversos pontos na parte inferior da mesma e sarrafos nas partes superiores, com o intuito de proporcionar maiores rigidezes às fôrmas que deveriam se manter niveladas e com dimensões pré-estabelecidas.

A etapa de montagem das fôrmas para ambos os modelos pode ser observada na figura 3-26.



**Figura 3-26:** a) Montagem das fôrmas do modelo SR; b) montagem da fôrma do modelo BA.

Com a preparação das fôrmas realizou-se a concretagem das vigas. Foi utilizado concreto usinado fornecido por empresa especializada local, e para o adequado preenchimento da viga utilizou-se vibrador de agulha. No instante da concretagem foram moldados alguns corpos-de-prova para a determinação da resistência à compressão e módulo de elasticidade do concreto empregado. A etapa, de concretagem, pode ser observada na figura 3-27.



**Figura 3-27:** a), b) e c) Concretagem do modelo SR; d), e) e f) Concretagem do modelo BA; g) e h) Colocação de desmoldante em corpos-de-prova; i) moldagem de corpo de prova.

Com o fim do tempo de pega do concreto, foi iniciada a etapa de cura por aspersão dos modelos. Os modelos foram molhados e posteriormente cobertos por uma lona plástica com o intuito de preservar a água necessária à cura dos mesmos. A etapa de cura dos modelos pode ser observada na figura 3-28.



Figura 3-28: Etapa de cura dos modelos realizados na presente pesquisa.

Após dois dias realizou-se a desfôrma dos modelos e dos respectivos corpos-de-prova, como ilustrado na figura 3-29.

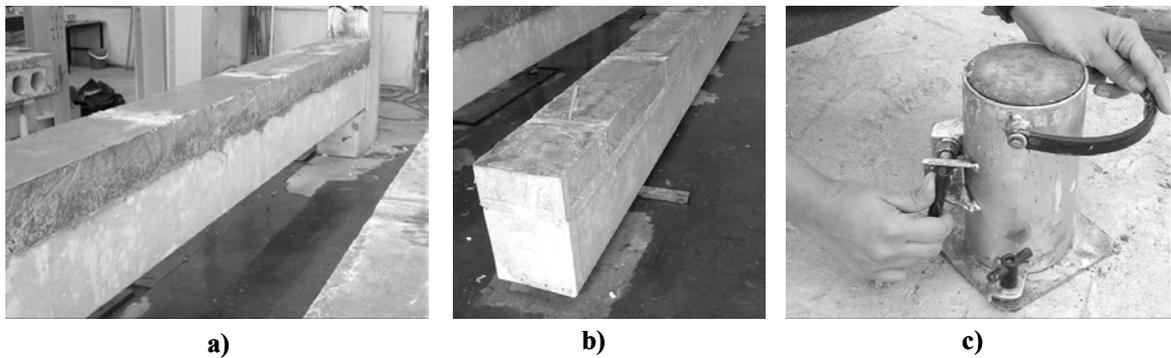


Figura 3-29: a) Modelo SR após desfôrma; b) modelo BA após a desforma; c) desforma dos corpos-de-prova.

Com a preparação dos modelos, realizou-se o correto posicionamento dos pórticos para possibilitar a instrumentação dos ensaios. O correto posicionamento dos pórticos foi realizado com o auxílio da ponte rolante existente no laboratório. Essa etapa pode ser observada na figura 3-30.



Figura 3-30: Posicionamento do pórtico para a realização dos ensaios.

Para a execução do ensaio referente ao modelo SR (viga com ligações resistentes à flexão), realizou-se uma camada de graute (o mesmo utilizado para o preenchimento das juntas) para o apoio dos pilares, garantindo que os mesmos ficassem totalmente apoiados (figura 3-31).



Figura 3-31: Camada de graute realizada para o adequado apoio dos pilares.

Para a instrumentação do modelo SR, foi necessária a criação de um mecanismo para garantir o contraventamento adequado dos pórticos laterais, devido a elevada rigidez apresentada pelo modelo SR. O contraventamento dos pórticos foi realizado com o emprego de barras de aço estrutural 1045 com diâmetro de 1 ¼”, fixadas através de um pino em um dispositivo metálico (criado para essa finalidade) soldado na canaleta metálica presente na laje de reação do laboratório. O mecanismo de contraventamento pode ser observado na figura 3-32.

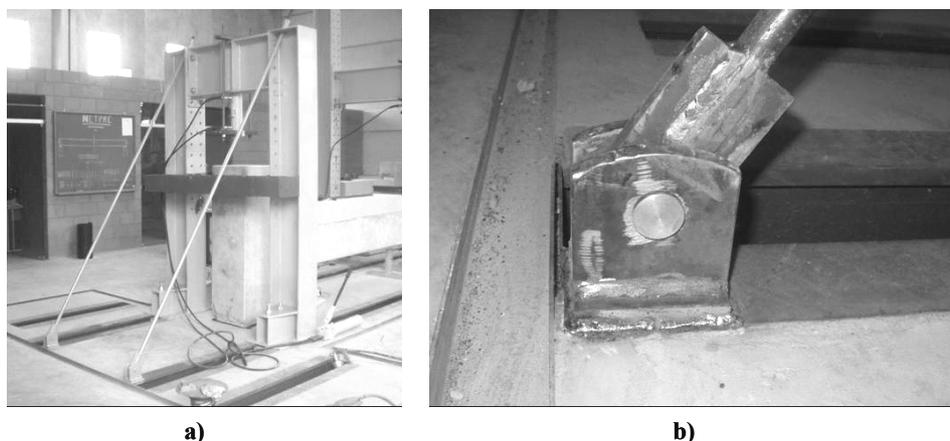


Figura 3-32: a) Mecanismo de contraventamento dos pórticos laterais; b) detalhe do dispositivo metálico soldado na canaleta, necessário a fixação da parte inferior das barras.

Além disso, observou-se a necessidade do travamento dos pilares, evitando a excessiva rotação dos mesmos no instante da aplicação de carga na região central da viga. O travamento da “cabeça” dos pilares foi obtido através da aplicação de cargas excêntricas e com a utilização de perfis metálicos do tipo “I” e barras de aço estrutural 1045, com diâmetro de 1 ¼”. A colocação desse mecanismo para o travamento da “cabeça” dos pilares pode ser observada na figura 3-33.

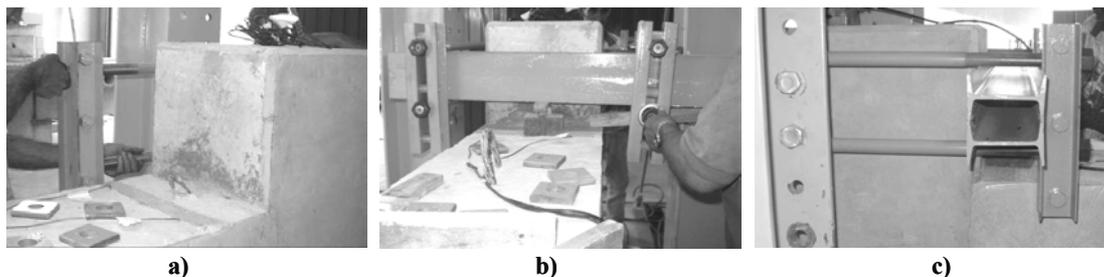


Figura 3-33: Colocação do mecanismo utilizado para garantir o travamento da “cabeça” dos pilares.

### 3.2.4 Instrumentação

Foi realizada a investigação experimental de dois modelos, sendo o primeiro composto por uma viga bi-apoiada, e o segundo composto por uma viga com ligações resistentes à flexão. O ensaio foi realizado com a aplicação de um carregamento incremental monotônico de curta duração, composto de duas forças concentradas no meio do vão. Foram utilizados diversos equipamentos de medição (transdutores, clinômetros, extenômetros elétricos de base removível, *Strain Gages*, relógio comparador e células de carga) nos ensaios. O esquema da instrumentação do modelo BA pode ser observado na figura 3-34, e o esquema para o modelo SR está ilustrado na figura 3-35.

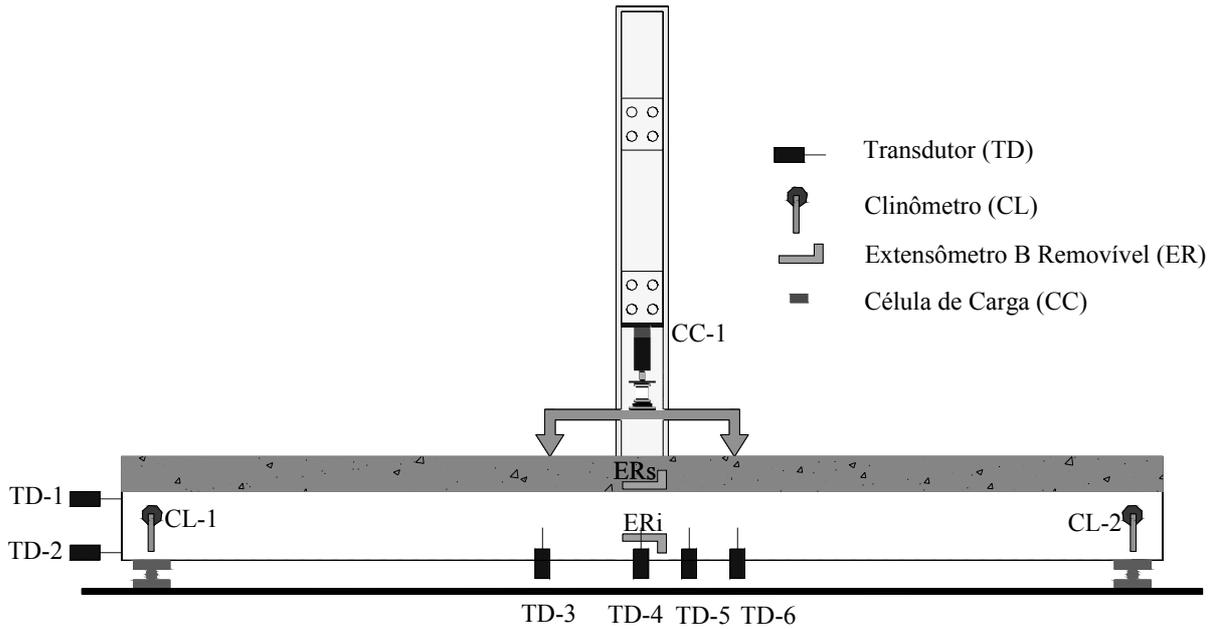


Figura 3-34: Arranjo do ensaio à flexão para a caracterização da viga protendida.

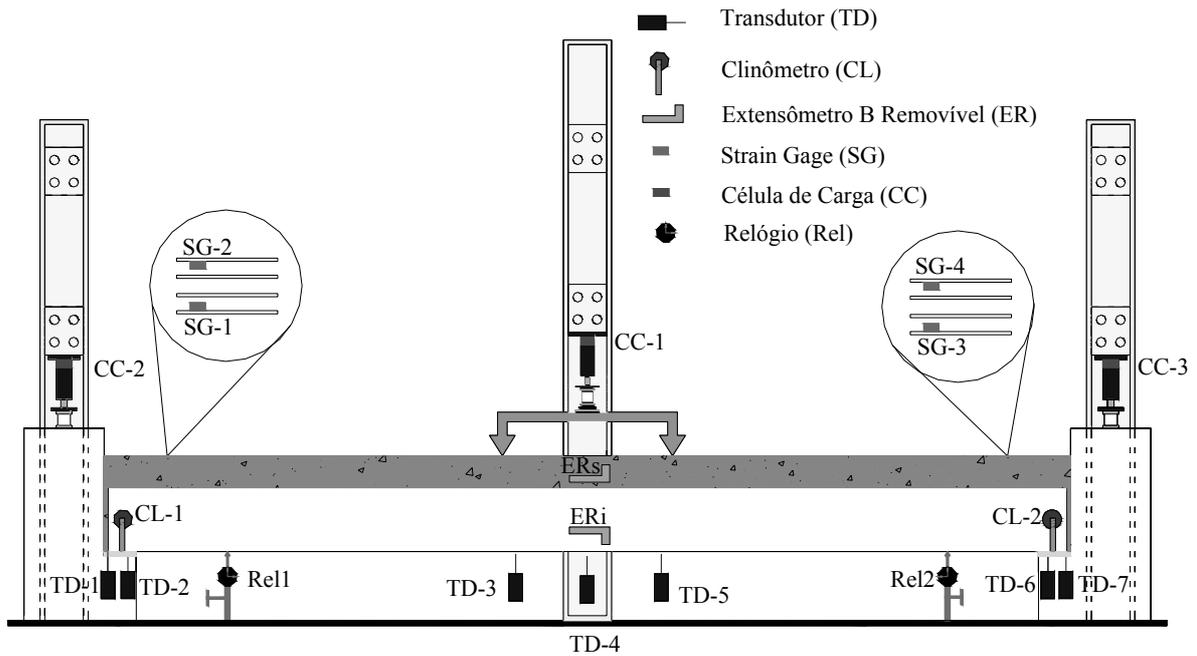
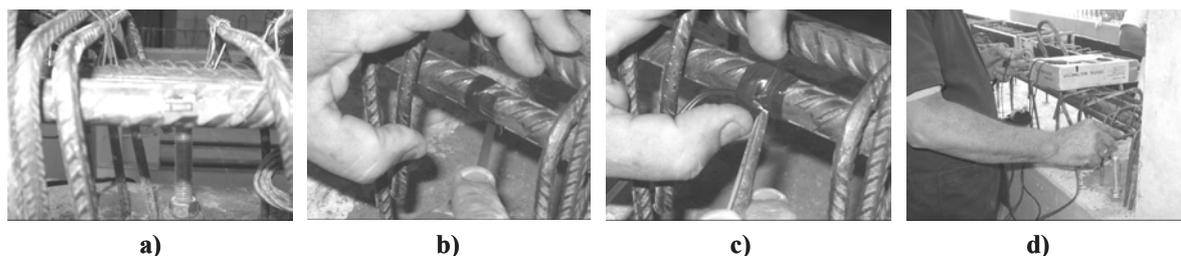


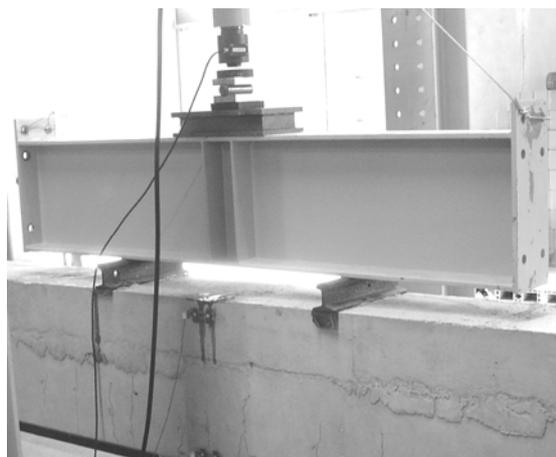
Figura 3-35: Arranjo do ensaio à flexão para a avaliação do efeito da ligação viga-pilar na resposta da rigidez da viga pré-moldada de concreto.

A instrumentação do modelo SR foi iniciada com a colagem dos *Strain Gages* nas armaduras negativas. Para isso, as regiões onde foram fixados os extensômetros, inicialmente foram limadas e limpas para facilitar a aderência dos mesmos às armaduras negativas. As etapas para a fixação dos *Strain Gages* podem ser observadas na figura 3-36.



**Figura 3-36:** a) Colagem do Strain Gage; b) envolvimento do Strain Gage com fita isolante de alta fusão, e fita isolante; c) ligação do fio do extensômetro ao fio condutor; d) teste para verificação da passagem de corrente.

Nos modelos aplicou-se um carregamento incremental monotônico com curta duração por meio da utilização de um atuador hidráulico da marca ENERPAC com capacidade de 500 kN, alimentado por uma bomba manual. A carga de projeto foi estimada em 270 kN no atuador, dividido em dois pontos de aplicação no trecho central da viga. Os pontos de aplicação das cargas estavam distantes 1000 mm, sendo realizada a aplicação através de duas chapas metálicas fixadas na viga e adequadamente niveladas, como ilustrado na figura 3-37.



**Figura 3-37:** Aplicação do carregamento na viga em dois pontos localizados.

Durante a realização dos ensaios foram aplicados 3 carregamentos, atingindo cerca de 40% do carregamento último no primeiro, e atingindo 100% do carregamento último nos dois restantes. Realizou-se esse procedimento com o intuito de verificar o comportamento secante da rigidez à flexão nas ligações viga-pilar.

Para a captação de dados, foi utilizado um sistema de aquisição de dados do modelo 5100 B do *System 5000*. Esse sistema de aquisição de dados possui um total de 20 canais de recepção de dados.

Para a instrumentação dos modelos relacionados com a presente pesquisa, foram utilizados instrumentos de medição como:

- Célula de carga da marca MSI (Micro Sensor Industrial) que forneceu leituras de força;
- Cilindro hidráulico da marca ENERPAC, utilizado para a aplicação de cargas nos pilares e nas vigas;
- Transdutor LVTD (*Linear Variable Differential Transducers*) que forneceu leituras de deslocamentos;
- *Strain Gage* da marca *KYOWA ELETRONIC INSTRUMENTS* que forneceu leituras de deformação;
- Extensômetro Elétrico com Base Removível que forneceu leituras de deformação;
- Clinômetro da marca MSI (Micro Sensor Industrial) que apresentou leituras de rotação;
- Relógio comparador com mostrador de 60 mm da marca Pantec fixado em um suporte com base magnética que forneceu medidas de deslocamento.

Foi desenvolvido um roteiro da instrumentação dos modelos a serem ensaiados, contendo o tipo de equipamento, sua nomenclatura, seu canal correspondente e sua função em relação ao fornecimento das leituras. Esse roteiro permitiu a realização de projetos no sistema de aquisição de dados para cada ensaio a ser executado, facilitando a execução dos mesmos e indicando corretamente os canais correspondentes as determinadas leituras. Esse roteiro foi desenvolvido tanto para o ensaio do modelo BA, como para o ensaio do modelo SR. A planilha realizada para o ensaio do modelo composto por uma viga bi-apoiada pode ser observada na tabela 3-12.

A planilha realizada para o ensaio do modelo com ligações semi-rígidas pode ser observada na tabela 3-13.

Tabela 3-12: Planilha de orientação para a instrumentação do modelo BA.

Equipamento de Medição	Especificação	Capacidade	Nomenclatura	Canal	Função
Célula de carga 1	-----	500kN	CC-1	1	leituras de força
Extensômetro elétrico com base removível-superior	042611	2 mm	ERs	2	leituras de deformação
Extensômetro elétrico com base removível-inferior	042610	2 mm	ERi	3	leituras de deformação
Transdutor-1	4437	25 mm	TD-1	4	leituras de deslocamento
Transdutor-2	4438	25 mm	TD-2	5	leituras de deslocamento
Transdutor-3	4450	25 mm	TD-3	6	leituras de deslocamento
Transdutor-4	4399	50 mm	TD-4	7	leituras de deslocamento
Transdutor-5	4398	50 mm	TD-5	8	leituras de deslocamento
Transdutor-6	4453	25 mm	TD-6	9	leituras de deslocamento
Clinômetro-1	042904	5°	CL-1	10	leituras de rotação
Clinômetro-2	042903	5°	CL-2	11	leituras de rotação

Tabela 3-13: Planilha de orientação para a instrumentação do modelo SR.

Equipamento de Medição	Especificação	Capacidade	Nomenclatura	Canal	Função
Célula de carga 1	-----	500kN	CC-1	1	leituras de força
Célula de carga-2	ELK	500kN	CC-2	2	leituras de força
Célula de carga-3	042604	250kN	CC-3	3	leituras de força
Strain Gage-1	-----	5 mm	SG-1	4	leituras de deformação
Strain Gage-2	-----	5 mm	SG-2	5	leituras de deformação
Strain Gage-3	-----	5 mm	SG-3	6	leituras de deformação
Strain Gage-4	-----	5 mm	SG-4	7	leituras de deformação
Extensômetro elétrico com base removível-1	042610	2 mm	ER-1	8	leituras de deformação
Extensômetro elétrico com base removível-2	042611	2 mm	ER-2	9	leituras de deformação
Transdutor-1	4450	25 mm	TD-1	10	leituras de deslocamento
Transdutor-2	4453	25 mm	TD-2	11	leituras de deslocamento
Transdutor-3	4399	50 mm	TD-3	12	leituras de deslocamento
Transdutor-4	4398	50 mm	TD-4	13	leituras de deslocamento
Transdutor-5	4399	50 mm	TD-5	14	leituras de deslocamento
Transdutor-6	4438	25 mm	TD-6	15	leituras de deslocamento
Transdutor-7	4437	25 mm	TD-6	16	leituras de deslocamento
Clinômetro-1	042903	5°	CL-1	17	leituras de rotação
Clinômetro-2	042904	5°	CL-2	18	leituras de rotação

A instrumentação do ensaio juntamente com seu esquema geral fornece uma idéia do tipo, quantidade e posicionamento dos aparelhos de medição, contribuindo para um melhor entendimento dos ensaios realizados. O modelo BA após a instrumentação pode ser observado na figura 3-38.



Figura 3-38: Instrumentação do modelo BA (composto por uma viga bi-apoiada)

Para o apoio do modelo BA foram empregadas rótulas como pode ser observado no detalhe ilustrado na figura 3-39.

Rótula para  
apoio da viga

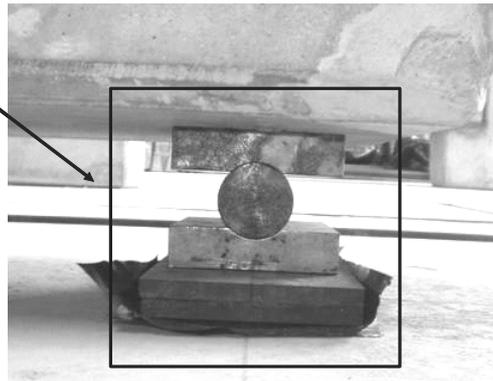


Figura 3-39: Detalhe do apoio das extremidades da viga bi-apoiada.

Considerando o modelo BA, pode-se dizer que a flecha no meio do vão foi obtida a partir da leitura do transdutor posicionado na região central da viga. Além disso, com os quatro transdutores posicionados na região correspondente a distância entre a aplicação das cargas,

foi possível estimar a curvatura da viga bi-apoiada. O posicionamento dos transdutores pode ser observado na figura 3-40.



Transdutores posicionados na região central da viga bi-apoiada

Figura 3-40: Posicionamento dos transdutores utilizados no modelo BA (viga bi-apoiada).

Os extensômetros elétricos de base removível foram posicionados na região central da viga, com o intuito de permitir a obtenção das medidas de curvatura do meio do vão da mesma, como pode ser observado na figura 3-41.

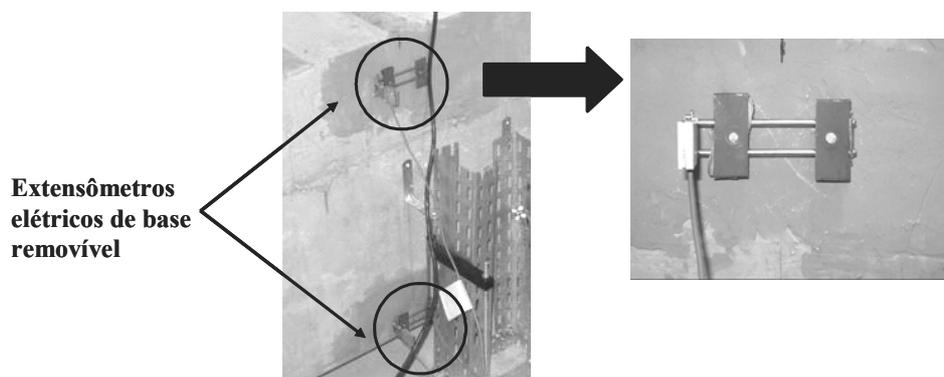


Figura 3-41: Detalhe do posicionamento dos extensômetros elétricos de base removível no modelo BA.

As medidas de rotação, no modelo BA, foram obtidas através de clinômetros, posicionados nas extremidades da viga, e através de dois transdutores posicionados horizontalmente em uma das extremidades do modelo BA. Tais instrumentos podem ser observados na figura 3-42.

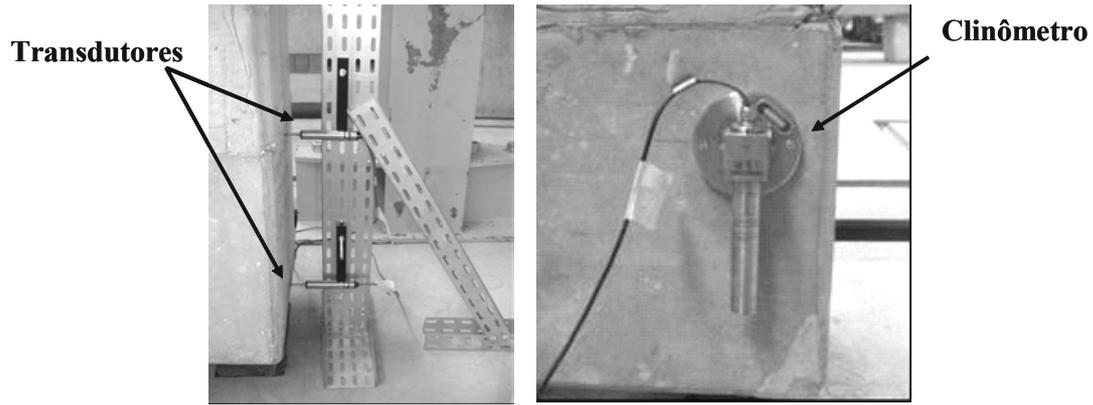


Figura 3-42: Detalhe do posicionamento dos transdutores e clinômetro para a obtenção da rotação na extremidade do modelo BA.

O modelo SR após a instrumentação pode ser observado na figura 3-43.

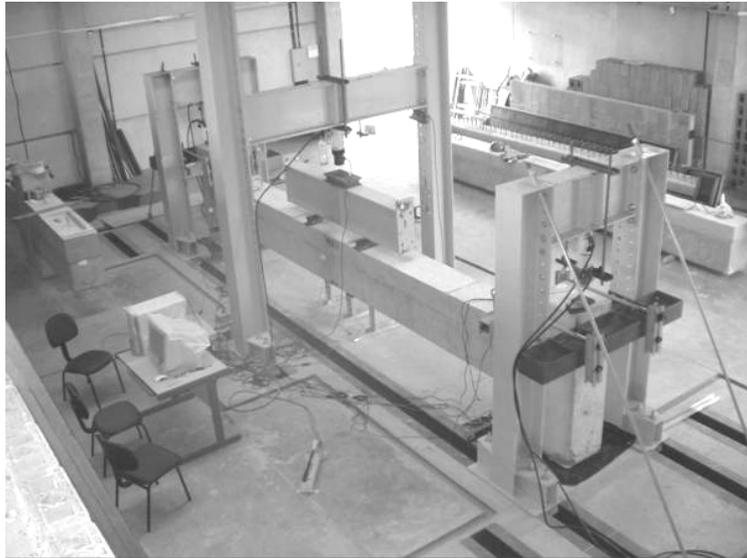
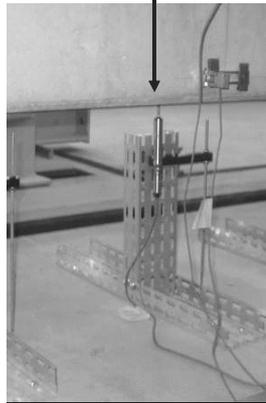


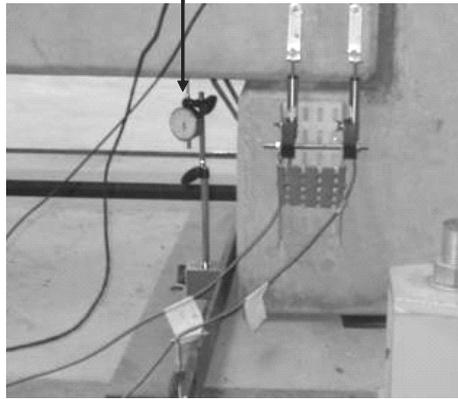
Figura 3-43: Instrumentação do modelo SR (composto por uma viga com ligações semi-rígidas).

A flecha obtida para o modelo SR foi determinada a partir da leitura de um transdutor posicionado na região central da viga descontando as leituras obtidas por dois relógios posicionados na região próxima às ligações. O posicionamento do transdutor e do relógio podem ser observados na figura 3-44.

**Transdutor posicionado no centro do modelo SR**

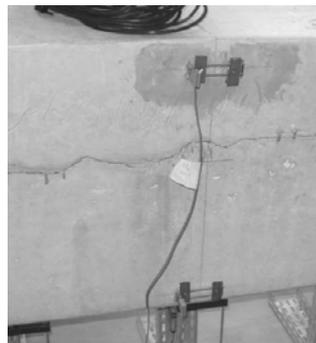


**Relógio posicionado próximo à ligação**



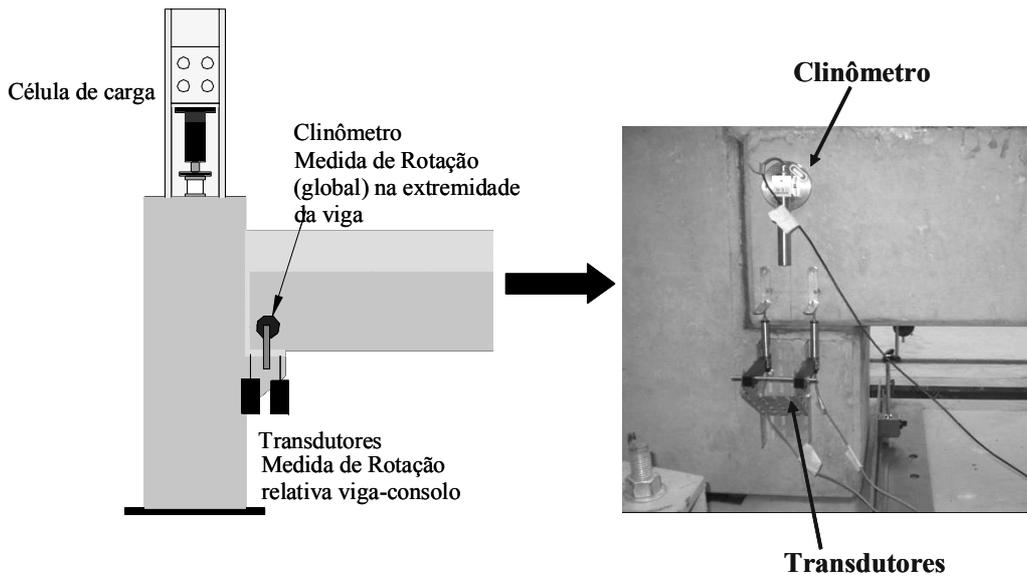
**Figura 3-44: Posicionamento do transdutor e relógio, utilizados para obtenção da flecha no modelo SR.**

A determinação da curvatura da viga para o modelo SR, foi realizada através das leituras fornecidas pelos extensômetros elétricos de base removível, posicionados na região central do modelo, como pode ser observado na figura 3-45.



**Figura 3-45: Posicionamento dos extensômetros elétricos de base removível, no modelo SR.**

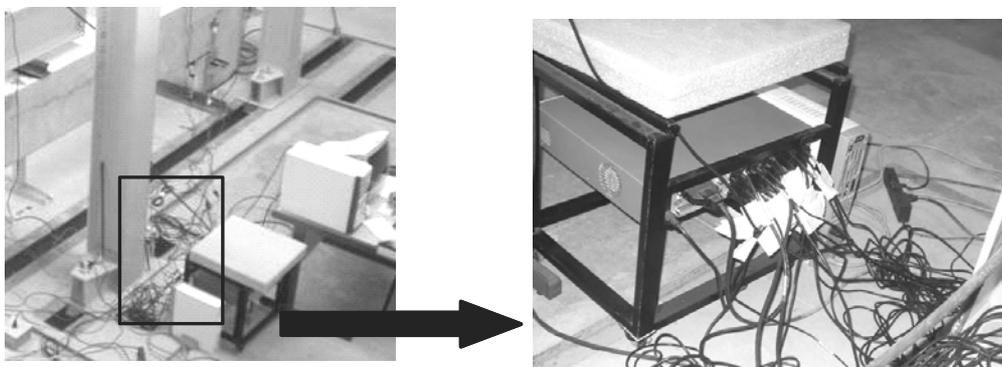
As medidas de rotação, no modelo SR, foram obtidas através de dois clinômetros, posicionados nas extremidades da viga, e através de dois transdutores fixados nos consolos, como pode ser observado na figura 3-46. Os clinômetros foram responsáveis pelas determinações das rotações globais das extremidades do modelo SR, ou seja, essas rotações medidas pelos clinômetros consideram os giros das ligações juntamente com os eventuais giros causados por deformações nos apoios (incluindo eventuais giros dos pilares e pórticos). Já os transdutores forneceram medidas de rotações relativas entre a viga e o pilar, proporcionando a obtenção somente das rotações referentes às ligações.



**Figura 3-46: Posicionamento dos transdutores e clinômetro na extremidade da viga com ligações.**

Os clinômetros foram localizados na região inferior da viga, com o intuito de diminuir o risco de erros de leitura devido a possibilidade de fissuração por flexão no topo da mesma. Além disso, observou-se que, caso os transdutores fossem posicionados horizontalmente, as leituras fornecidas seriam errôneas, devido à influência de possíveis fissuras na base dos mesmos, optando-se assim, pelo posicionamento dos transdutores na região dos consolos.

Todos os equipamentos de medição foram conectados ao sistema de aquisição de dados (*Sistem 5000*), presente no laboratório, que forneceu as leituras diretamente ao computador ligado a ele. A disposição do sistema de aquisição de dados e do computador, no laboratório, juntamente com o detalhe da ligação dos equipamentos, podem ser observados na figura 3-47.



**Figura 3-47: Localização e detalhe do sistema de aquisição de dados utilizado na realização dos ensaios.**

### 3.3 Metodologia Experimental

Foi escolhida uma metodologia experimental que engloba a realização de ensaios em dois modelos, sendo o primeiro composto por uma viga bi-apoiada (modelo BA), e o segundo composto por uma viga com ligações semi-rígidas (modelo SR). Os modelos foram ensaiados com a aplicação de duas cargas concentradas incrementais como pode ser observado na figura 3-48.

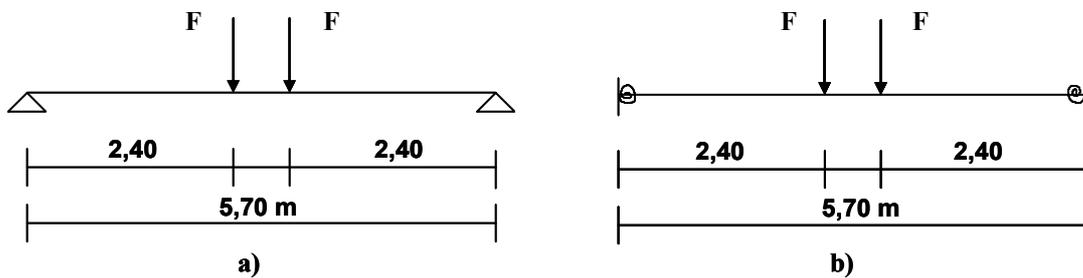


Figura 3-48: Esquemas estáticos para as vigas a) com ligações bi-articuladas; b) com ligações semi-rígidas.

Foram realizadas comparações entre os resultados obtidos com os ensaios do modelo BA e do modelo SR. Dessa forma, o ensaio realizado com o modelo BA serviu de referência para comparações, entre as medidas de curvatura e flecha no vão central da viga e entre as medidas de rotação nos apoios do modelo SR.

Através de dois transdutores TDA e TDB, como pode ser observado na figura 3-39, determinou-se a rotação da ligação da seguinte maneira:

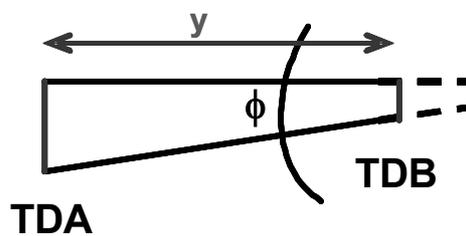


Figura 3-49: Obtenção da rotação da ligação a partir das leituras dos transdutores posicionados nos consolos (para viga com ligações semi-rígidas) e na extremidade da viga (para viga bi-apoiada).

$$\phi = \frac{TDA - TDB}{y}$$

onde:

TDA : leitura fornecida pelo transdutor TDA;

TDB : leitura fornecida pelo transdutor TDB;

y: distância entre os dois transdutores posicionados para a obtenção da rotação, correspondente a 100 mm.

A curvatura foi obtida de forma indireta com a utilização de extensômetros elétricos de base removível, posicionados no centro das vigas (ilustrados na figura 3-50) e distantes 500 mm (quinhentos milímetros) entre si, da seguinte maneira:

$$\left(\frac{1}{r}\right)_{\text{vão}} = \frac{\varepsilon_{Ri} + \varepsilon_{Rs}}{d_1} = \frac{|ER_i| + |ER_s|}{d_1} \quad (3-1)$$

onde:

$\left(\frac{1}{r}\right)_{\text{vão}}$  : curvatura no meio do vão;

$ER_i$  : leitura de deformação do equipamento localizado na parte inferior da viga;

$ER_s$  : leitura de deformação do equipamento localizado na parte superior da viga;

$d_1$  : distância entre os extensômetros que medem as deformações;

s : base de medição do extensômetro equivalente a 100 mm (cem milímetros);

$\varepsilon_{Ri}$  : deformação específica do concreto na posição do extensômetro de base removível superior;

$\varepsilon_{Rs}$  : deformação específica do concreto na posição do extensômetro de base removível inferior.

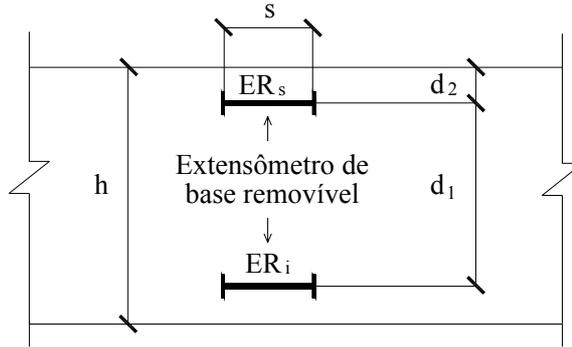


Figura 3-50: Posicionamento dos extensômetros de base removível na viga protendida para os dois modelos ensaiados.

O momento no meio do vão da viga presente no modelo SR foi determinado através da igualdade da relação momento/curvatura entre os modelos ensaiados. Considerando as vigas com mesma rigidez (igualdade da relação momento/curvatura), para um mesmo valor de curvatura obtido em cada ensaio foi possível determinar o valor do momento no meio do vão para a viga com ligações semi-rígidas, considerando a carga de projeto.

Considerando a figura 3-51, o momento atuante na extremidade da viga ( $M_{extr}$ ) com ligações resistentes à flexão foi determinado da seguinte maneira:

$$M_{extr} = P \cdot a - M_{vão} \quad (3-2)$$

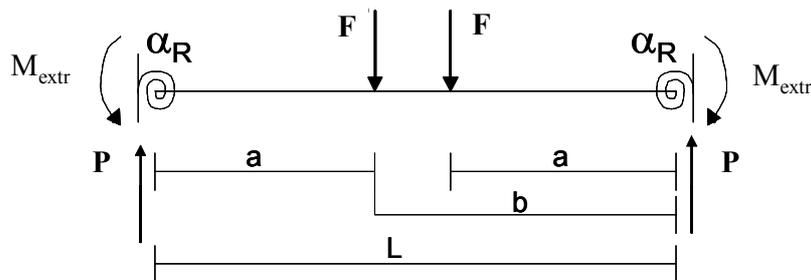


Figura 3-51: Viga com ligações semi-rígidas

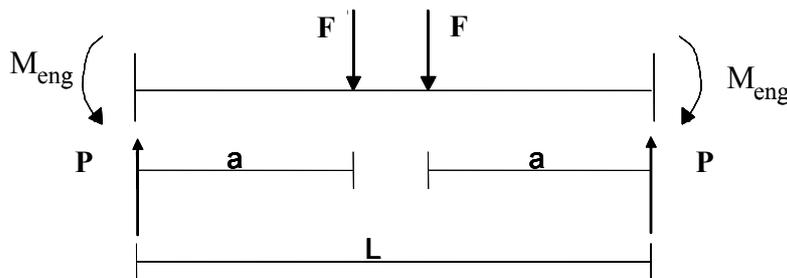


Figura 3-52: Viga com ligações rígidas.

Considerando a figura 3-52, o momento de engastamento perfeito ( $M_{eng}$ ) foi determinado da seguinte maneira:

$$M_{eng} = \frac{F \cdot a}{L} \cdot (L - a) \quad (3-3)$$

Com a obtenção do momento na extremidade da viga com ligações resistentes à flexão, foi possível determinar a porcentagem de engastamento ( $M_{extr}/M_{eng}$ ) dos apoios considerando a aplicação de duas cargas concentradas, através da seguinte expressão:

$$\frac{M_{extr}}{M_{eng}} = \frac{6\alpha_R - 3\alpha_R^2}{4 - \alpha_R^2}$$

Analogamente, a relação entre a rotação no apoio do modelo SR ( $\phi_{ap}$ ) e a rotação livre na extremidade do modelo BA ( $\phi_{art}$ ) pode ser dada por:

$$\frac{\phi_{ap}}{\phi_{art}} = 1 - \frac{M_{extr}}{M_{eng}}$$

É importante lembrar que as rotações dos apoios, considerando o modelo SR, são obtidas a partir dos clinômetros, posicionados na extremidade da viga.

Outra relação que pode ser expressa em função do fator de restrição à rotação ( $\alpha_R$ ), corresponde a relação entre as flechas nos vãos centrais para o modelo SR ( $f_{SR}$ ) e para o modelo BA ( $f_1$ ), dada por  $\frac{f_{SR}}{f_1}$ . Essa relação teórica pode ser determinada com a equação 3-5:

$$f_1 = \frac{P \cdot a}{24EI} (3L^2 - 4a^2) \quad (3-4)$$

$$\frac{f_{SR}}{f_1} = 0,3172 \cdot \alpha_R^2 - 1,0723 \cdot \alpha_R + 1$$

Dessa forma, com base na estimativa experimental de  $M_{extr}$ , nas medidas das rotações e flechas obtidos para cada um dos modelos, foi possível estimar o fator de restrição à rotação  $\alpha_R$  para os apoios do modelo SR.

O esquema da deformação do modelo SR com a indicação das rotações dos apoios e da flecha, após a aplicação das cargas  $F$ , pode ser observado na figura 3-53.

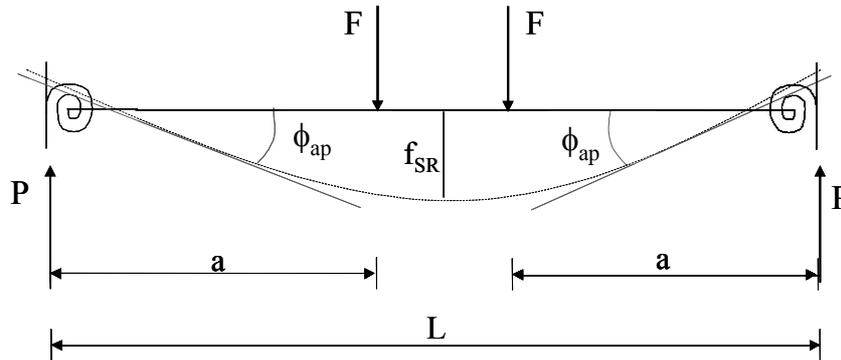


Figura 3-53: Esquema da deformação do modelo SR (viga com ligações resistentes à flexão).

onde:

$\phi_{ap}$ : rotação no apoio da viga com ligações semi-rígidas;

$f_{SR}$ : flecha da viga com ligações semi-rígidas.

O esquema da deformação do modelo BA após a aplicação das cargas  $F$  pode ser observado na figura 3-54.

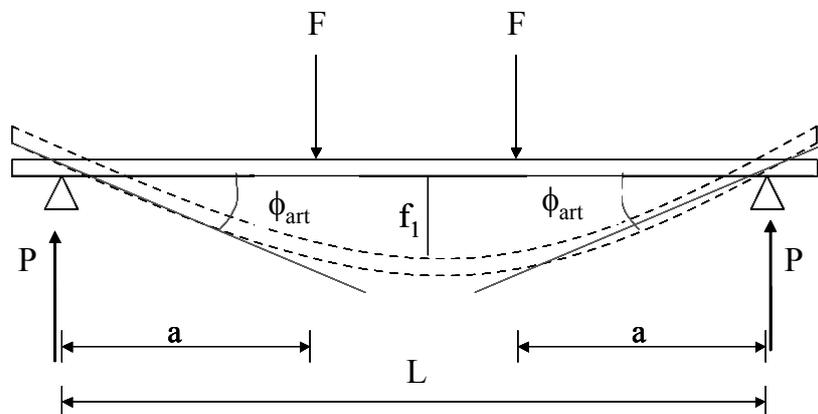


Figura 3-54: Esquema da deformação do modelo BA (composto por uma viga bi-apoiada).

onde:

$\phi_{art}$  : rotação na extremidade da viga bi-articulada;

$f_1$  : flecha da viga bi-articulada.

A determinação da rigidez equivalente da viga  $[(E.I)_{eq,viga}]$ , considerando o modelo BA, foi realizada através de duas maneiras: com a utilização da flecha medida no meio do vão e com a utilização da rotação do apoio.

Através da flecha medida ( $f_1$ )

$$f_1 = \frac{P.a.(3.L^2 - 4.a^2)}{24.(E.I)_{eq,viga} I} \rightarrow (E.I)_{eq,viga} = \frac{P.a.(3.L^2 - 4.a^2)}{24.f_1} \quad (3-5)$$

Através da rotação ( $\phi_{art}$ )

$$\phi_{art} = \frac{P.a.L}{2.(E.I)_{eq,viga}} \left(1 - \frac{a}{L}\right) \rightarrow (E.I)_{eq,viga} = \frac{(P.a)\left(\frac{L}{2}\right)\left(1 - \frac{a}{L}\right)}{\phi_{art}} \quad (3-6)$$

A rigidez no meio do vão da viga  $[(E.I)_{vão}]$  foi determinada através da relação entre o momento no vão ( $M_{vão}$ ) e a curvatura considerando a região central da viga  $\left(\frac{1}{r}\right)_{vão}$ , que por sua vez foi obtida através da leitura dos extensômetros de base removível.

Relação entre momento e curvatura

$$(E.I)_{vão} = \frac{M_{vão}}{\left(\frac{1}{r}\right)_{vão}} \rightarrow \left(\frac{1}{r}\right)_{vão} = \frac{M_{vão}}{(E.I)_{vão}} \quad (3-7)$$

Considerando o modelo SR, determinou-se a rigidez à flexão da ligação (R), através da obtenção da rotação da ligação ( $\phi_E$ ), e do momento na extremidade da viga ( $M_{extr}$ ), da seguinte maneira:

$$R = \frac{M_{\text{extr}}}{\phi_E} \quad (3-8)$$

É importante ressaltar que as rotações das ligações ( $\phi_E$ ) presentes no modelo SR, foram obtidas através das leituras relativas fornecidas pelos transdutores posicionados nos consolos. Assim, é possível notar que existe uma distinção entre as rotações obtidas pelos clinômetros e pelos transdutores, havendo a possibilidade de monitorar a existência de giros nos elementos de pilares utilizados no modelo SR.

Conhecendo o fator de restrição à rotação, a rigidez à flexão da ligação foi determinada através da rigidez equivalente da viga, da seguinte maneira:

$$\alpha_R = \left[ 1 + \frac{3 \cdot (E.I)_{\text{eq,viga}}}{R.L} \right]^{-1} \rightarrow R = \frac{3(EI)_{\text{eq,viga}}}{\left( \frac{1}{\alpha_R} - 1 \right) L}$$

### 3.4 Resultados Experimentais

A seguir são apresentados os resultados obtidos com os modelos ensaiados na presente pesquisa, sendo o modelo BA composto por uma viga bi-apoiada, e o modelo SR composto por uma viga com ligações semi-rígidas.

#### 3.4.1 Modelo BA

Aplicou-se, nesse modelo, uma força incremental através da utilização de um atuador hidráulico com capacidade de 500 kN. Foram realizados dois ciclos de escorvamento com carregamentos aplicados da ordem de 30 kN e 100 kN, respectivamente, no atuador central. Após o escorvamento deu-se início ao carregamento monotônico incremental com a força última da ordem de 350 kN. A força de projeto foi estimada em 270 kN (considerando o E.L.U) no atuador central, a qual foi dividida em dois pontos de aplicação no trecho central da viga, distantes 100 cm entre si, resultando na reação de 135 kN nos apoios. Adicionalmente, para a análise dos resultados, foi prevista uma carga correspondente a 70% da carga de projeto, estimada em 190 kN no atuador central.

Os deslocamentos verticais medidos nos quatro transdutores posicionados na parte central da viga estão apresentados na figura 3-55. As medidas desses transdutores foram utilizadas para a obtenção da curvatura média no trecho central da viga.

A medida de deslocamento apresentada pelo transdutor especificado como TD4, corresponde a flecha no meio do vão da viga. Considerando as cargas de 190 kN e 270 kN, as flechas corresponderam a 2,63 mm e 4,16 mm respectivamente. A flecha máxima alcançada no ensaio do modelo BA correspondeu a 22,45 mm, para a carga de 350 kN no atuador central.

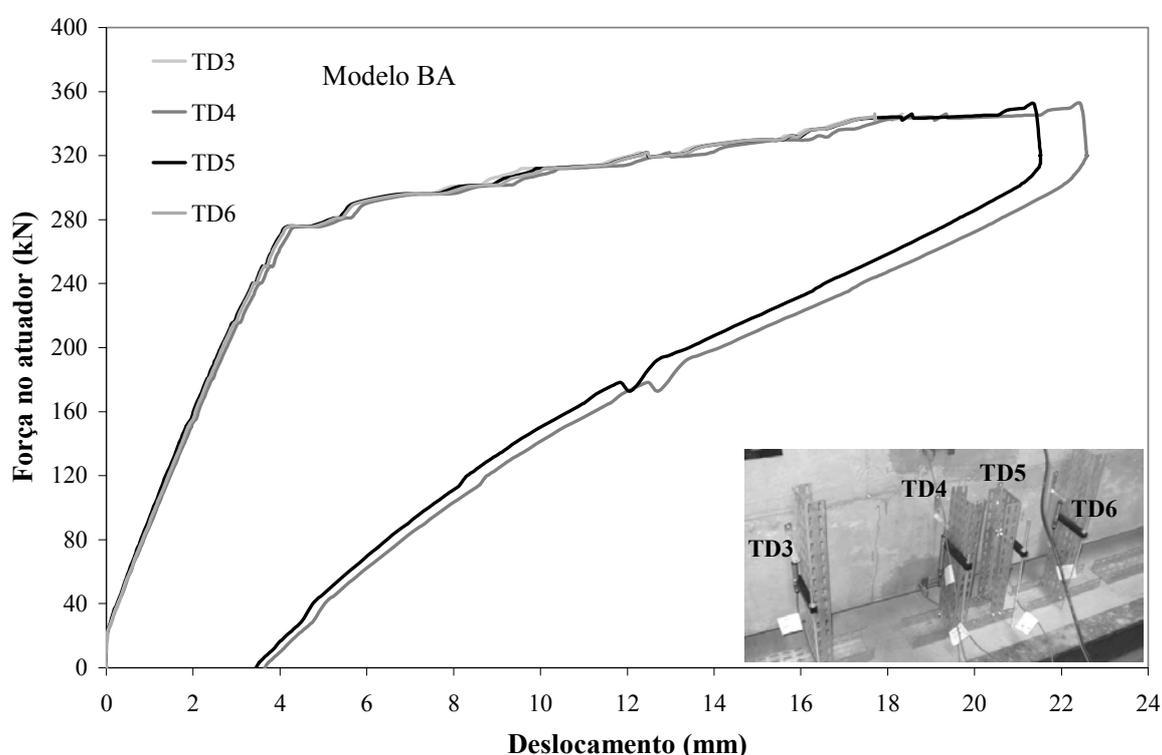


Figura 3-55: Força no atuador central versus deslocamento no vão central da viga bi-apoiada.

Na figura 3-56 estão apresentadas as medidas de deformação que foram registradas nos extensômetros elétricos de base removível, no trecho central da viga. Esses instrumentos foram posicionados na face lateral da viga, distantes 500 mm entre si. O extensômetro especificado como ERs foi posicionado no trecho comprimido, ou seja, na parte superior e o extensômetro especificado como ERi foi posicionado no trecho tracionado, correspondendo a parte inferior da viga. Tais leituras foram utilizadas para determinar a curvatura no trecho central da viga.

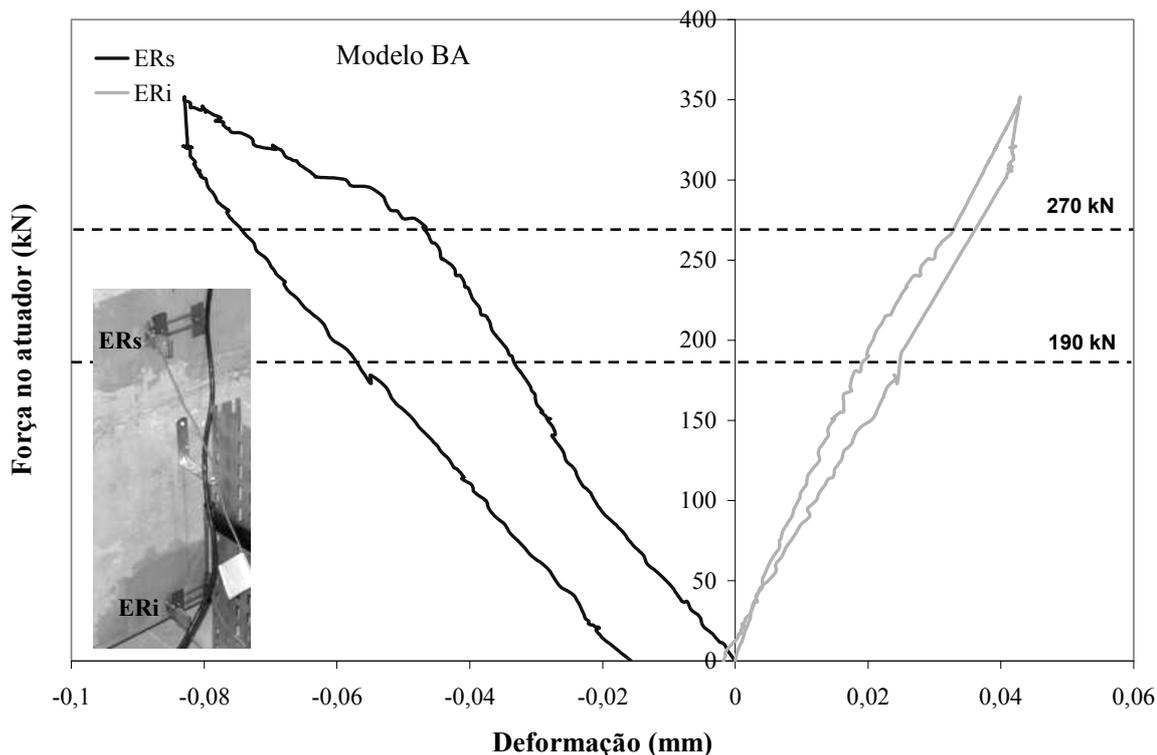


Figura 3-56: Força no atuador versus deformação nos extensômetros de base removível.

As medidas de rotação na extremidade da viga bi-apoiada foram obtidas através de transdutores e clinômetros posicionados na extremidade da mesma, sendo indicadas na figura 3-57.

A curvatura no meio do vão, como apresentada na metodologia, foi obtida a partir das leituras dos extensômetros de base removível (ER), posicionados na região central da viga. Além disso, com as leituras de rotação obtidas pelos transdutores e clinômetros, posicionados nas extremidades da viga, e também através das leituras de flechas obtidas pelo transdutor posicionado na região central da mesma, foi possível a obtenção de valores médios de curvatura da viga, ilustrados na figura 3-58.

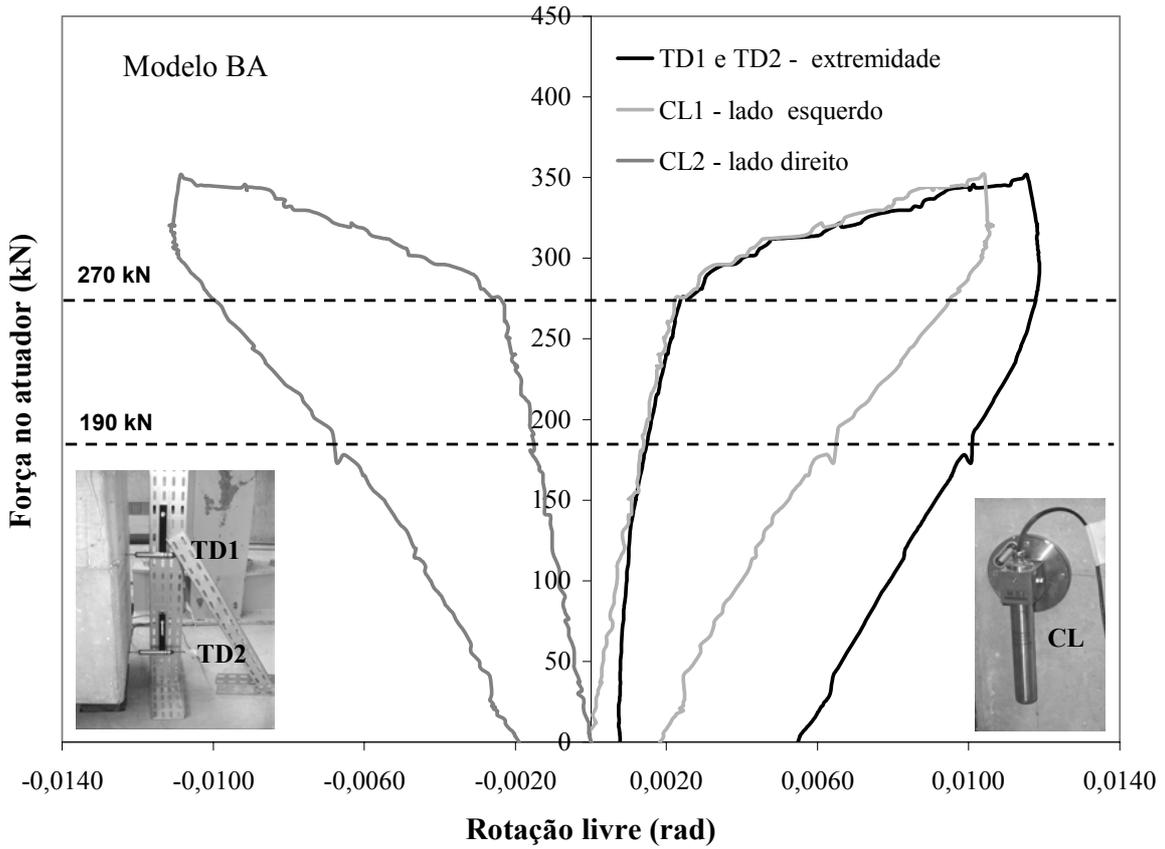


Figura 3-57: Força no atuador versus rotações livres na extremidade da viga bi-apoiada.

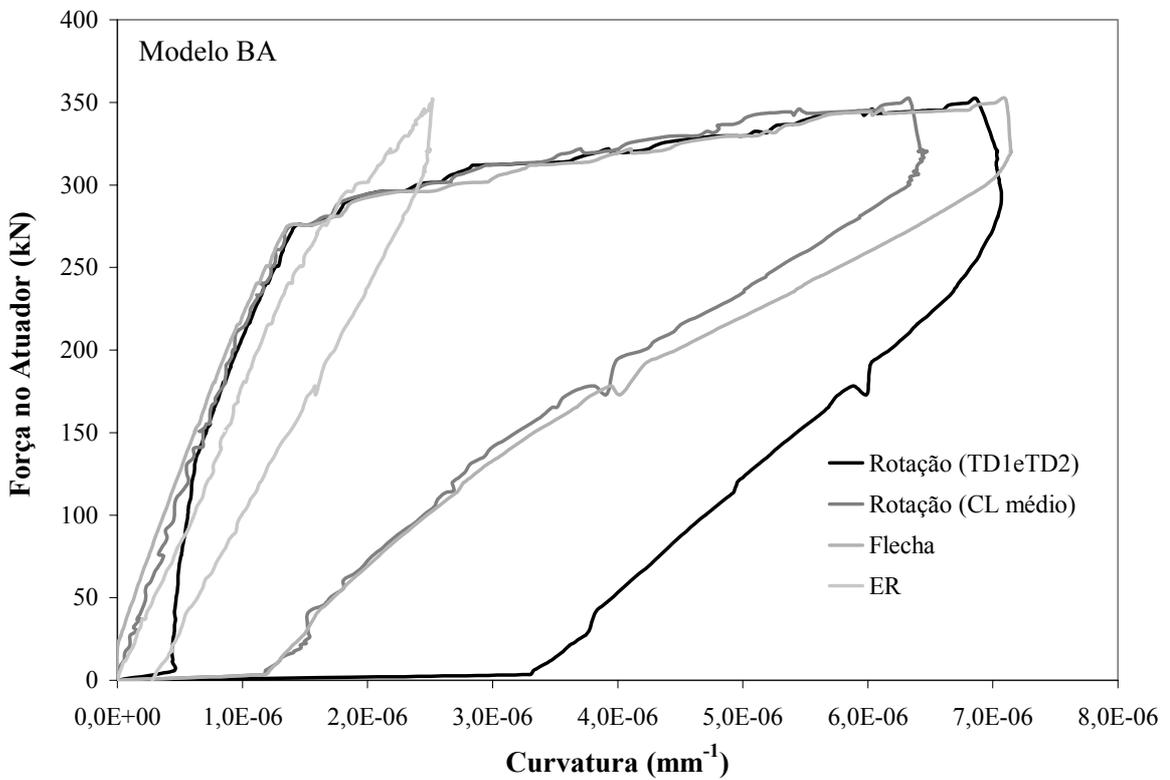


Figura 3-58: Força no atuador versus curvatura na região central da viga bi-apoiada

A curvatura no meio do vão, também foi obtida através das leituras de deslocamentos verticais apresentadas pelos quatro transdutores posicionados numa região correspondente a 100 cm no meio do vão. Entretanto, a curvatura obtida a partir das leituras dos extensômetros de base removível apresentou uma melhor regularidade do que a curvatura obtida pelos transdutores verticais. Assim, como observado em SOUZA (2006), acredita-se que a falta de regularidade na curvatura obtida pelos transdutores seja decorrente do fato da viga pré-moldada protendida apresentar pequenos deslocamentos, que podem afetar a leitura dos transdutores de 500 mm devido a sensibilidade desses para pequenos deslocamentos.

A viga bi-apoiada que compõe o modelo BA apresentou o início da fissuração para a carga de projeto correspondente a 270 kN, como pode ser observado na figura 3-59.



Figura 3-59: Início da fissuração da viga bi-apoiada para uma carga de 270 kN.

Na tabela 3-14, pode-se observar a abertura de fissuras correspondente a algumas etapas da aplicação de cargas.

Tabela 3-14: Abertura de fissuras para diversas etapas de aplicação de carga.

Especificação da carga	Carga (kN)	Abertura de fissura (mm)
carga de projeto	270	< 0,1
84% da carga máxima	290	0,3
91% da carga máxima	315	1,0
carga máxima	345	> 1,5
carga máxima	350	> 1,5

A figura 3-60 ilustra a fissura com abertura de 0,3 mm para a carga de 290 kN, sendo possível observar, que essa fissura está presente na parte lateral da viga se estendendo ao longo da parte inferior da mesma.

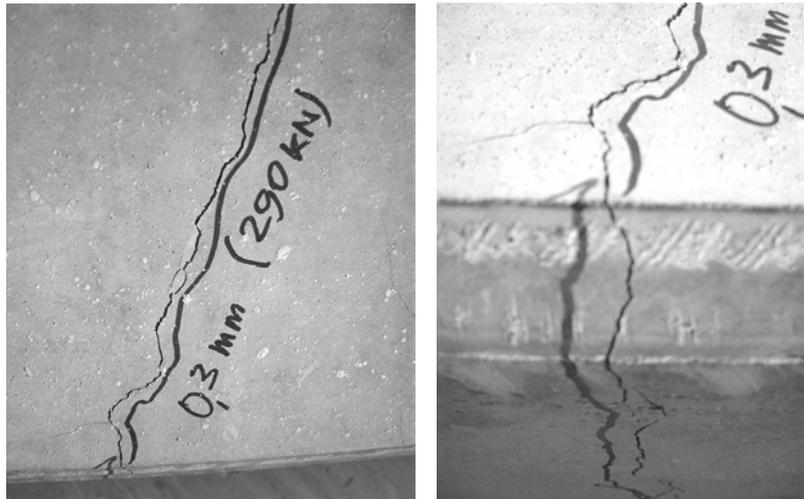


Figura 3-60: Fissuração da viga para carga de 290 kN.

A figura 3-61 indica a abertura de fissuras, em diferentes pontos da região central da viga, para a carga máxima, correspondente a 345 kN. Assim, pode-se observar que a fissura com maior abertura (acima de 1,5 mm), considerando essa mesma carga, foi encontrada na parte inferior da viga.

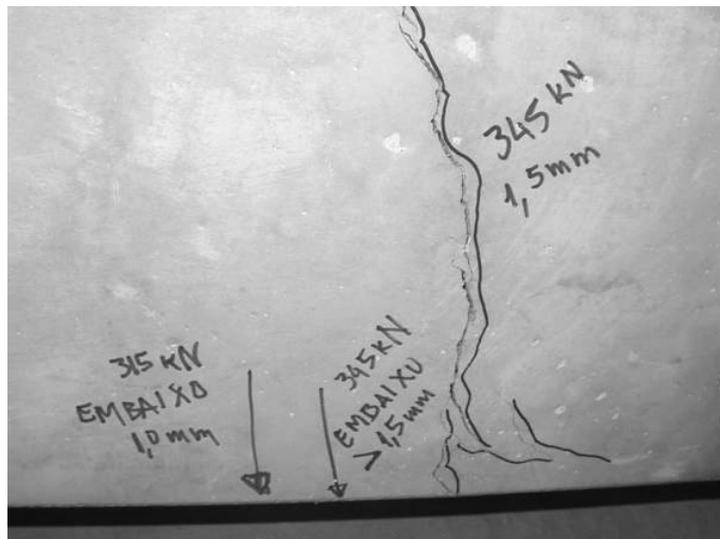


Figura 3-61: Fissuração da viga para carga de 315 kN e 345 kN.

### 3.4.2 Modelo SR

Aplicou-se, nesse modelo uma força incremental através da utilização de um atuador hidráulico com capacidade nominal de 500 kN. Antes de iniciar o carregamento no atuador central, os dois atuadores posicionados excentricamente aos elementos de pilares nas extremidades, foram carregados de forma sincronizada até atingir 120 kN, sendo que essa força foi mantida durante todo o ensaio, com a finalidade de travar a “cabeça” dos elementos de pilares. Após esse procedimento, foram realizados dois ciclos de escorvamento com carregamentos aplicados da ordem de 30 kN e 100 kN, respectivamente, no atuador central. Após o escorvamento deu-se início ao carregamento monotônico incremental com a força última da ordem de 500 kN. A força de projeto correspondeu a 270 kN no atuador central, a qual foi dividida em dois pontos de aplicação no trecho central da viga, distantes 100 cm entre si, resultando na reação de 135 kN nos apoios. Para a situação de engastamento perfeito, essa força representa um momento negativo de 187 kN.m nas extremidades da viga. Adicionalmente, foram obtidos resultados para uma carga correspondente a 70% da carga de projeto, estimada em 190 kN no atuador central.

Os deslocamentos verticais medidos por dois transdutores posicionados na parte central da viga estão apresentados na figura 3-62.

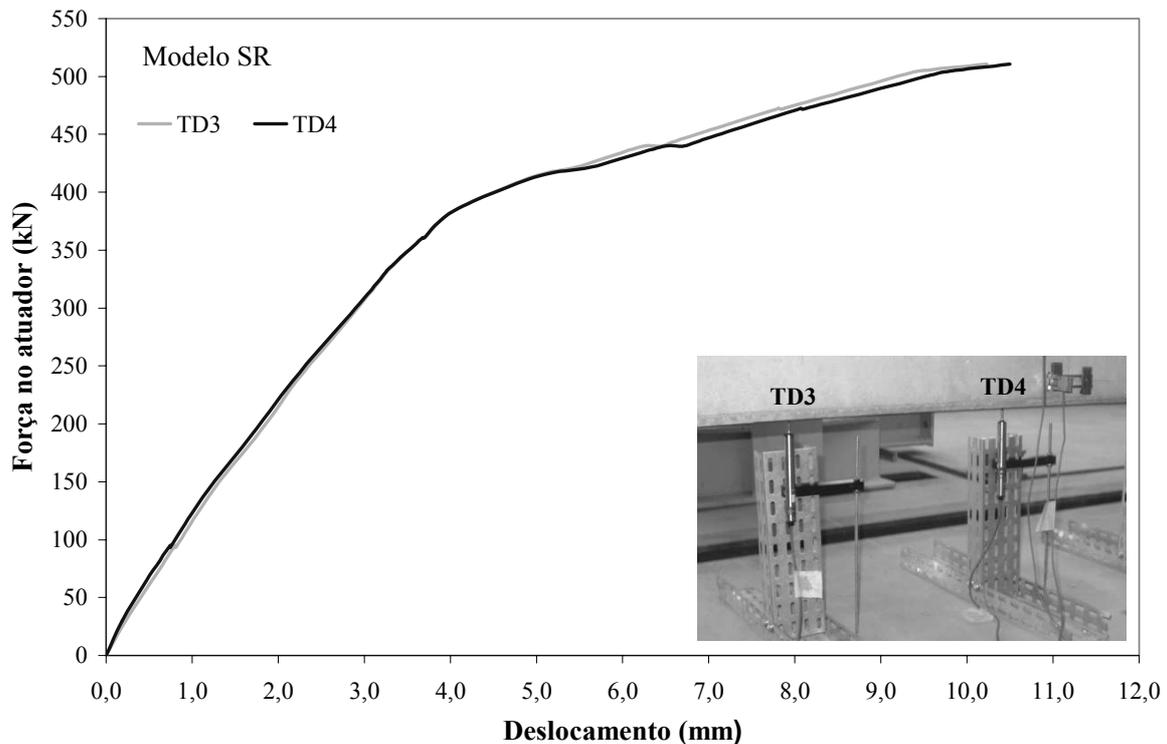


Figura 3-62: Força no atuador versus deslocamentos verticais no vão central da viga do modelo SR.

Na figura 3-62 é apresentada a flecha no meio da viga, a qual foi obtida a partir do deslocamento no transdutor central (TD4) descontando-se os deslocamentos nos dois apoios obtidos através das leituras fornecidas por dois relógios posicionados nas extremidades da viga, ou seja, a flecha foi determinada corrigindo os valores de deslocamento obtidos pelo transdutor TD4.

Considerando as cargas de 190 kN, correspondente a 70% da carga de projeto, e 270 kN, correspondente a carga de projeto (considerando E.L.U), foram obtidas as flechas de 1,39 mm e 2,20 mm, respectivamente. A flecha máxima atingida no ensaio foi de 8,34 mm, para o carregamento de 500 kN no atuador central. O gráfico de força no atuador (2.F) versus flecha, considerando o modelo SR, pode ser observado na figura 3-63.

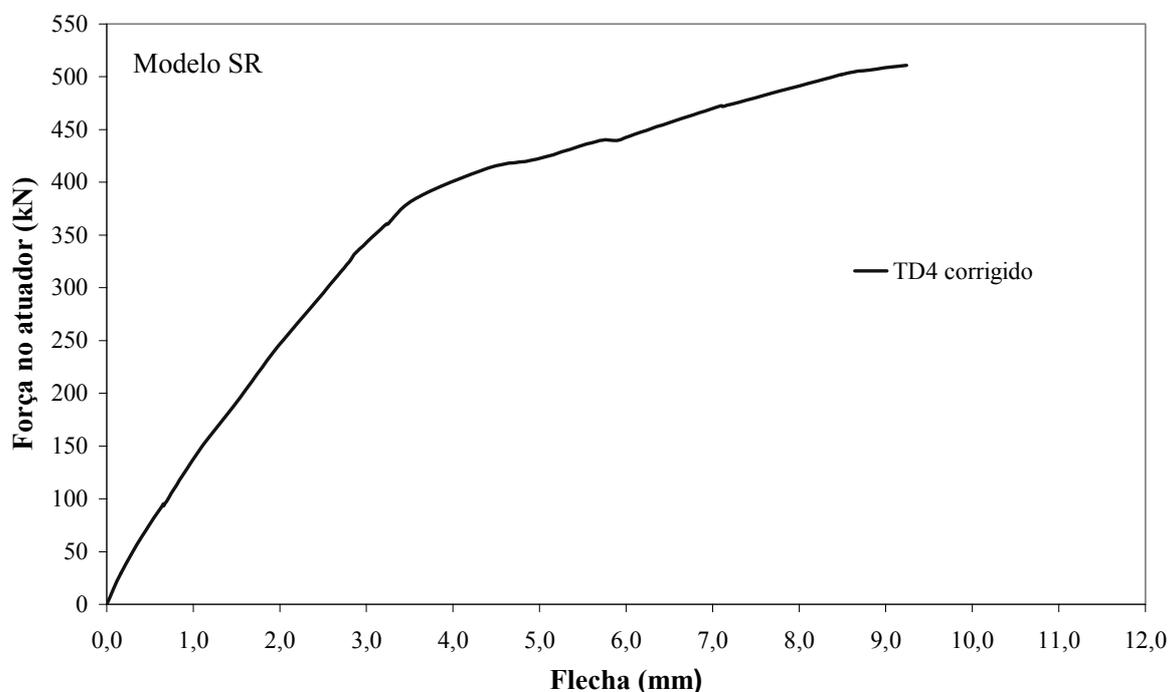


Figura 3-63: Força no atuador versus flecha, considerando o modelo SR.

Na figura 3-64 são apresentadas as medidas de deformação que foram registradas nos extensômetros de base removível no trecho central da viga. Esses instrumentos foram posicionados na face lateral da viga, distantes 500 mm entre si, estando um extensômetro no trecho comprimido, correspondente a parte superior e o outro no trecho tracionado correspondente a parte inferior. Tais leituras foram utilizadas para avaliar a curvatura no trecho central da viga.

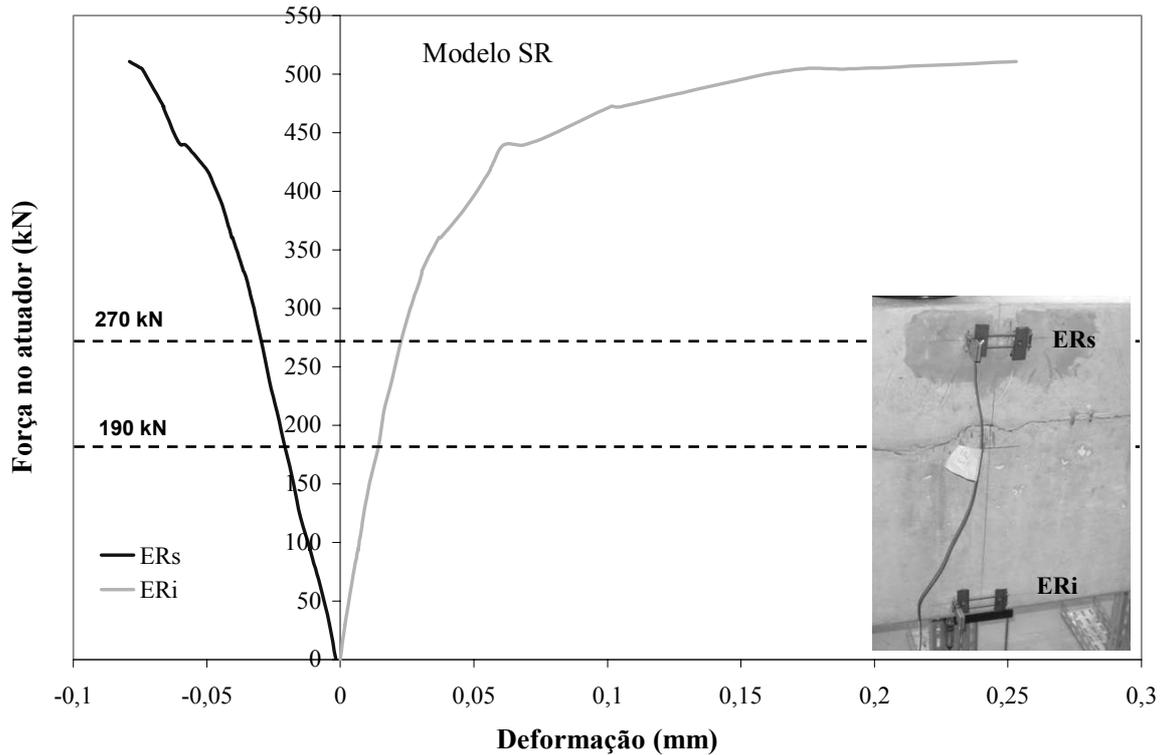


Figura 3-64: Força no atuador versus deformação obtida pelos extensômetros, para o modelo SR.

As medidas de rotação na extremidade da viga com ligações resistentes à flexão, foram obtidas através de transdutores e clinômetros posicionados na extremidade da mesma. Os clinômetros foram posicionados na região considerada como sendo o centro de rotação da ligação, fornecendo leituras globais de rotação, ou seja, através dos clinômetros foi possível obter as rotações relativas entre a viga e o pilar somadas às eventuais rotações causadas por deformações nos apoios (incluindo eventuais rotações dos elementos de pilares e dos pórticos). Os transdutores posicionados na extremidade da viga e fixados nos consolos forneceram as rotações relativas entre a viga e o pilar, correspondendo aos valores de rotação efetiva na ligação. As rotações obtidas através dos transdutores e clinômetros podem ser observadas na figura 3-65.

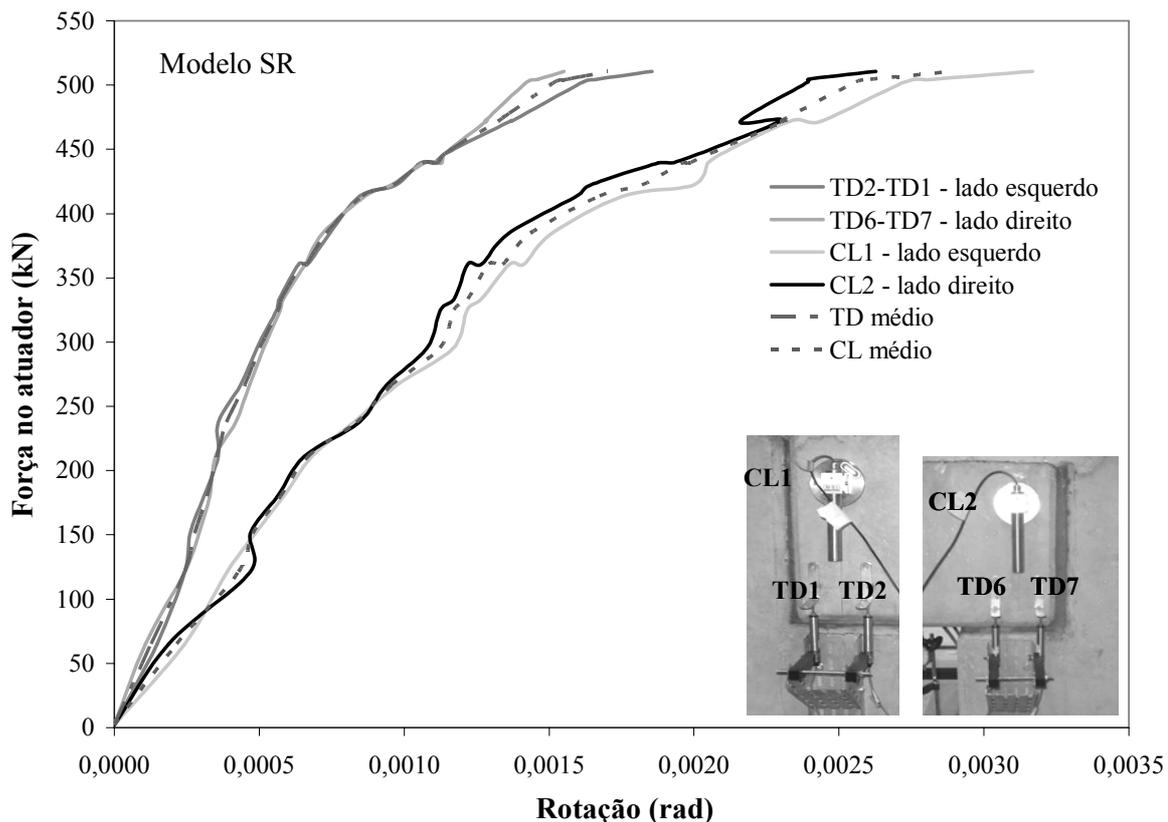


Figura 3-65: Força no atuador versus rotação, considerando o modelo SR.

Através da figura 3-65, pode-se observar que os valores de rotação considerando os clinômetros e os transdutores, apresentaram-se distantes para uma mesma carga, uma vez que os clinômetros forneceram valores superiores aos apresentados pelos transdutores, permitindo observar a ocorrência de rotação nos pilares.

A viga com ligações resistentes à flexão, que compõe o modelo SR apresentou o início da fissuração para a carga correspondente a 95 kN, na região da ligação.

Na tabela 3-15, pode-se observar a abertura de fissuras, correspondente a algumas etapas da aplicação de cargas considerando a região da junta entre a viga e o pilar, que primeiramente apresentou as fissuras.

**Tabela 3-15: Abertura da fissura localizada na junta entre a viga e o pilar para diversas cargas.**

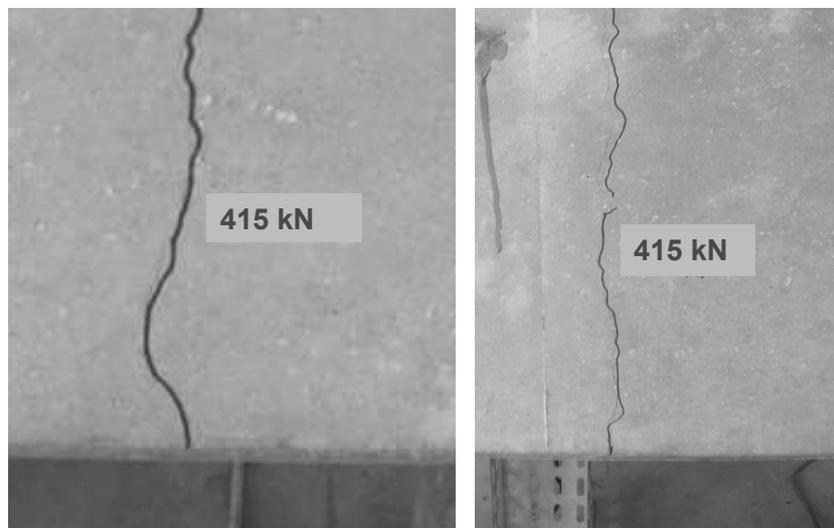
Especificação da carga	Carga (kN)	Abertura de fissura (mm)
35% da carga de projeto	95	< 0,1
44% da carga de projeto	119	0,2
70% da carga de projeto	190	> 0,2
carga de projeto	270	0,35
64% da carga máxima	326	0,4
93% da carga máxima	474	0,6
carga máxima	500	> 0,6

Na tabela 3-16, pode-se observar a abertura de fissuras correspondente a algumas etapas de aplicação de cargas, considerando a região central da viga.

**Tabela 3-16: Abertura de fissuras na região central da viga.**

Especificação da carga	Carga (kN)	Abertura de fissura (mm)
81% da carga máxima	415	< 0,1
carga máxima	500	0,2

Como observado na tabela 3-16, o início da fissuração da região central da viga ocorreu a partir da carga correspondente a 415 kN, como pode ser observado na figura 3-66.



**Figura 3-66: Início da fissuração da região central da viga.**

### 3.5 Análise dos Resultados Experimentais

Através dos resultados obtidos com o ensaio do modelo BA, foi possível realizar a caracterização da viga pré-moldada protendida a partir da determinação de sua relação momento-curvatura. Além disso, os resultados obtidos no ensaio do modelo BA, auxiliaram na determinação da rigidez e porcentagem de engastamento da ligação viga-pilar.

A curvatura da viga bi-apoiada foi obtida através dos extensômetros elétricos de base removível (figura 3-67) e através dos valores de rotações e flechas (figura 3-68).

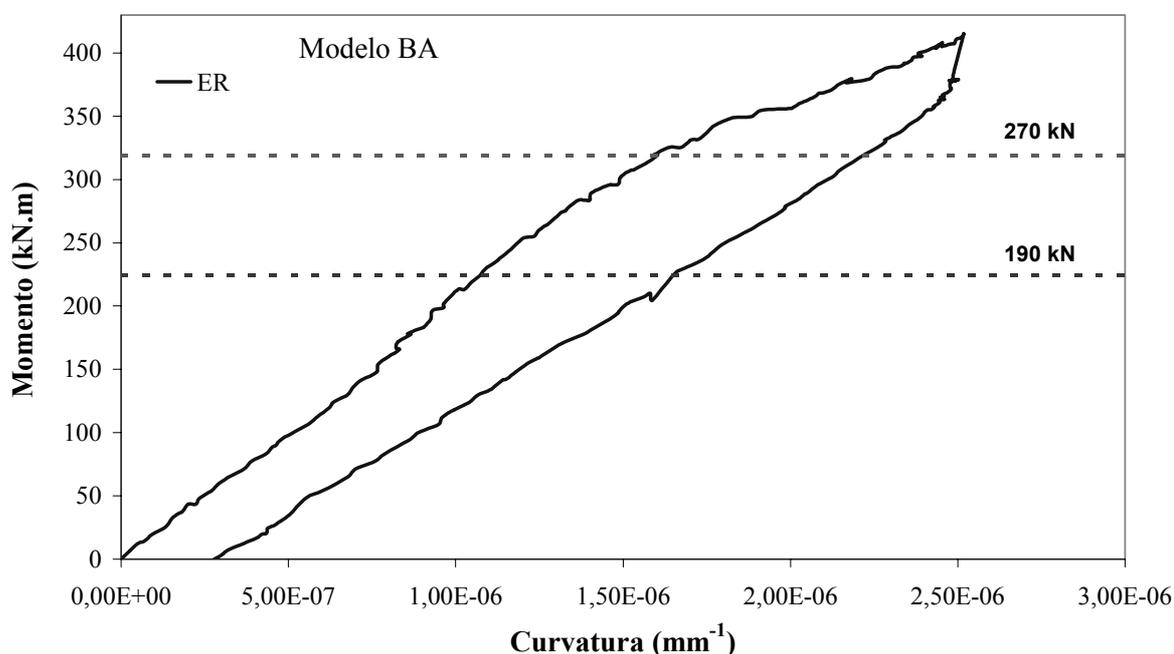


Figura 3-67: Momento versus curvatura obtida pelos extensômetros considerando o modelo BA.

É importante ressaltar que os valores de curvatura obtidos, considerando valores de rotação e flecha, foram determinados a partir da relação entre momento e rigidez equivalente da viga, ou seja, para a determinação dessa curvatura a viga foi considerada como se possuísse uma rigidez constante. O que não pode ser dito para a curvatura obtida através dos extensômetros de base removível, que permitiram a determinação da rigidez da região central da viga. Assim, para a caracterização da viga foi considerado o gráfico momento versus curvatura obtido através da leitura dos extensômetros, ilustrado na figura 3-67, devido a possibilidade do mesmo ser comparado com o gráfico momento versus curvatura, obtidos através dos extensômetros durante o ensaio do modelo SR, ilustrado na figura 3-69.

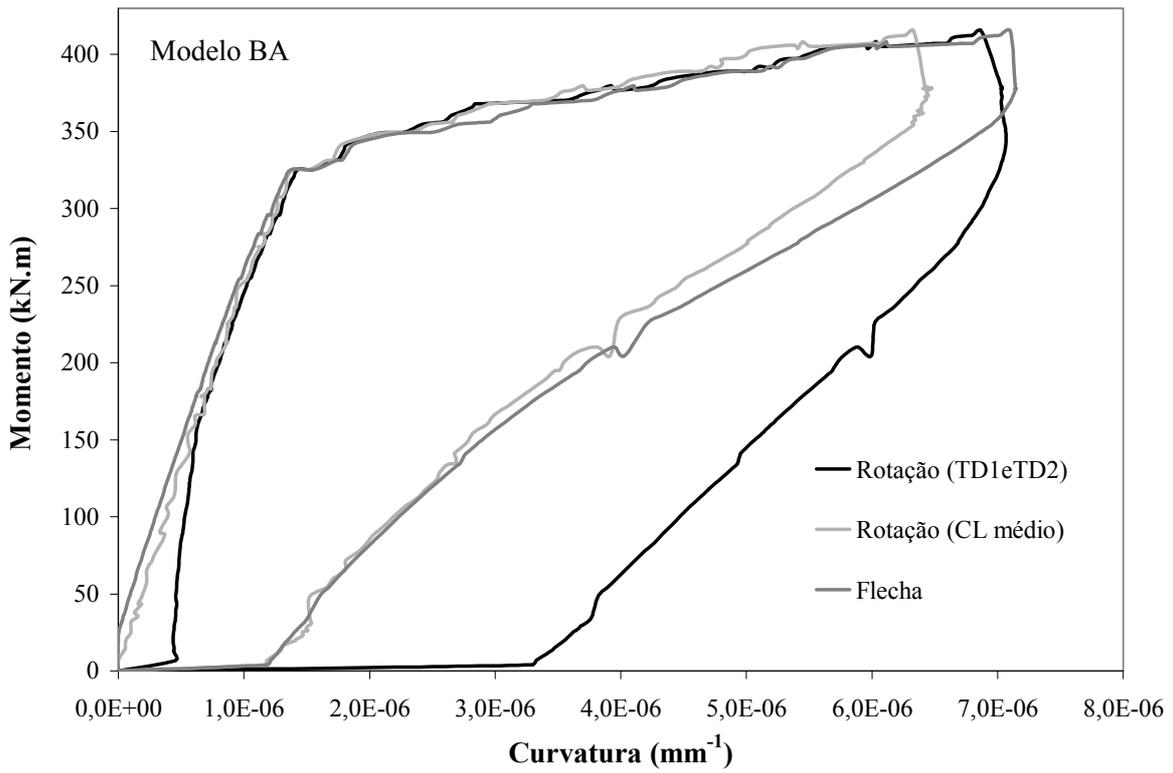


Figura 3-68: Momento versus curvatura obtida através de rotações e flecha, considerando o modelo BA.

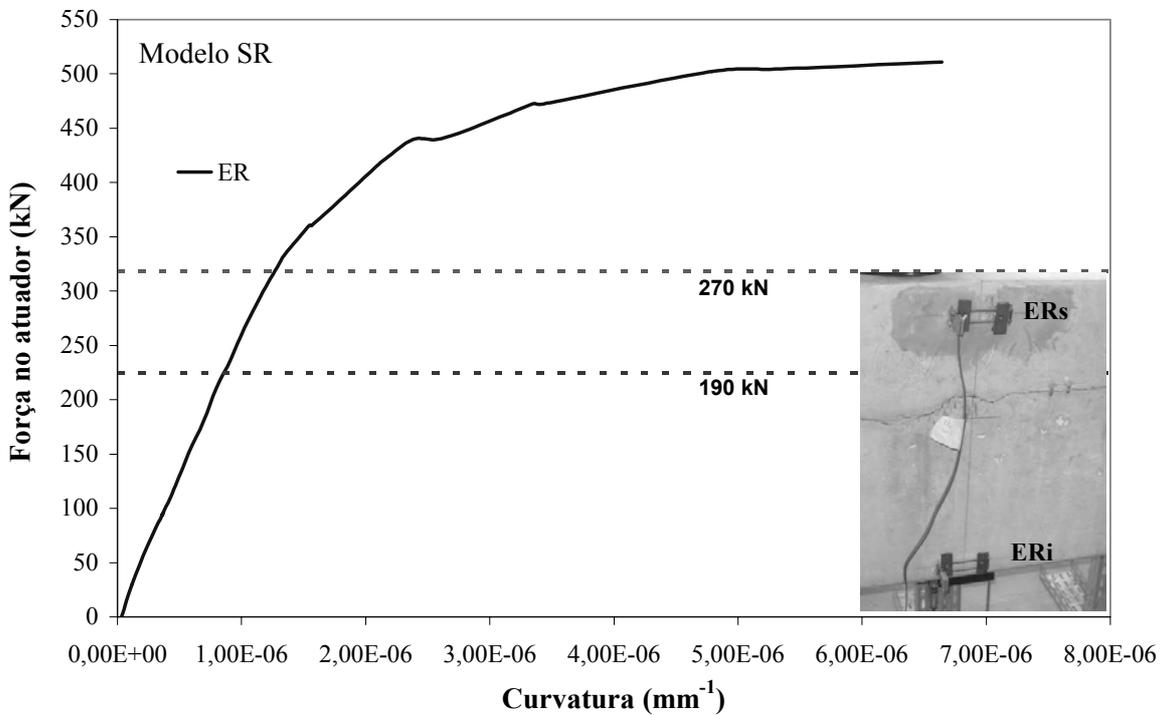


Figura 3-69: Força no atuador versus curvatura na região central da viga, considerando o modelo SR.

Com os valores de flecha (indicado na figura 3-70) e rotação (indicado na figura 3-71) obtidos com o ensaio do modelo BA, foi possível determinar a rigidez equivalente da viga da seguinte forma:

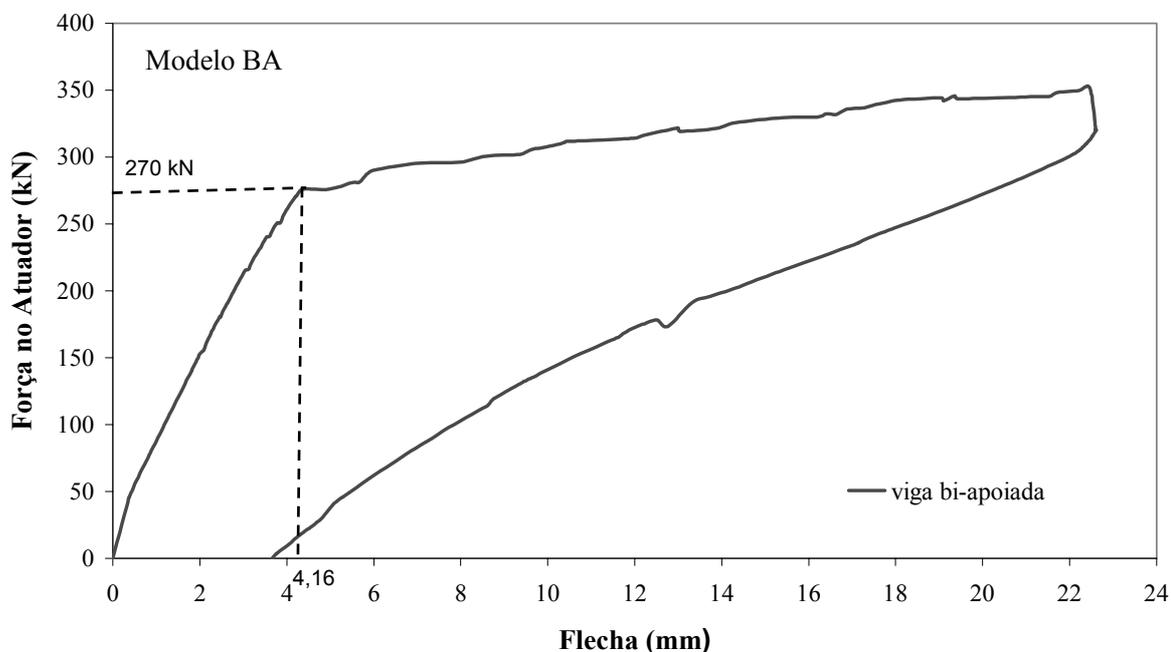


Figura 3-70: Força no atuador versus flecha considerando o modelo BA.

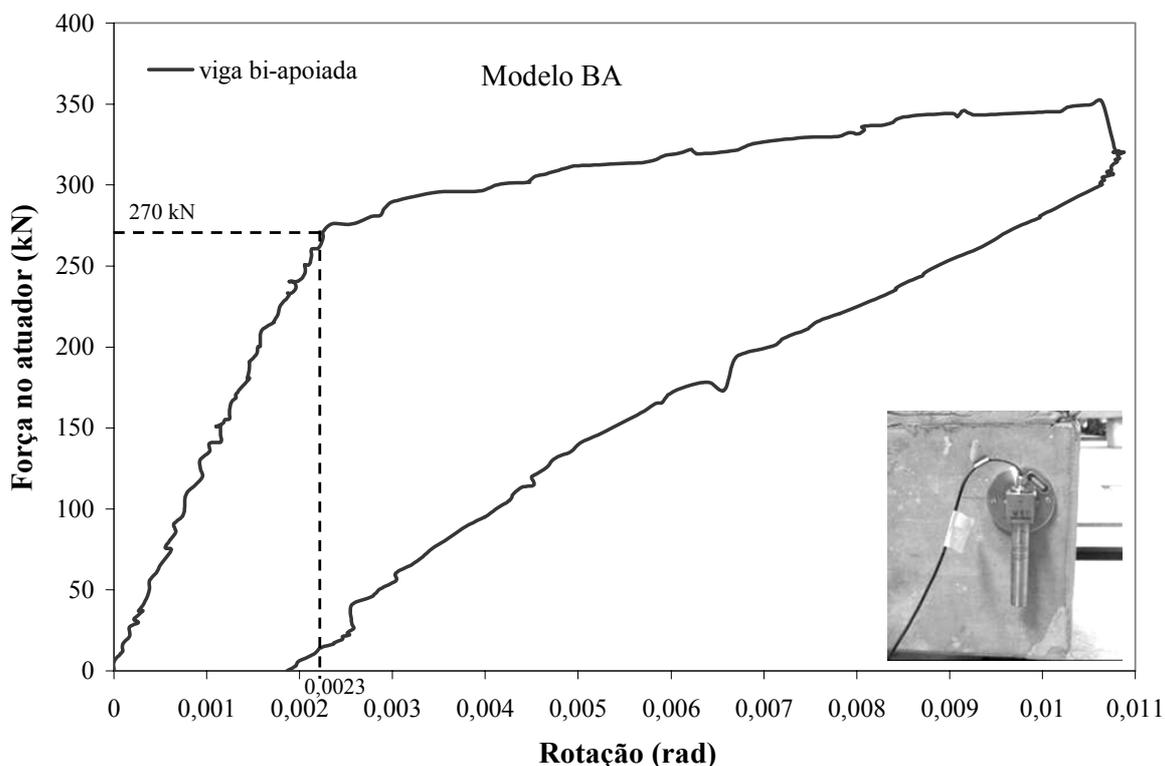


Figura 3-71: Força no atuador versus rotação considerando o modelo BA.

➤ Através da flecha

$$(E.I)_{eq,viga} = \frac{P.a.(3.L^2 - 4.a^2)}{24.f_1} = \frac{270}{2}.2360.(3.5720^2 - 4.2360^2) = 2,4.10^{11} \text{ mm}$$

➤ Através da rotação

$$(E.I)_{eq,viga} = \frac{(P.a)\left(\frac{L}{2}\right)\left(1 - \frac{a}{L}\right)}{\phi_{art}} = \frac{\left(\frac{270}{2}\right).2360.\left(\frac{5720}{2}\right)\left(1 - \frac{2360}{5720}\right)}{0,0023} = 2,3.10^{11} \text{ mm}$$

Os valores para a rigidez equivalente da viga apresentaram-se muito próximos do valor de rigidez equivalente obtido considerando a seção bruta da viga, que correspondeu a  $2,3.10^{11}$  mm. Através desses resultados, pôde-se observar que a viga se encontrou no estágio I de deformação mesmo quando submetida a carga de projeto (270 kN).

Através dos resultados obtidos com o ensaio do modelo SR, foi possível caracterizar a ligação viga-pilar empregada, a partir de sua relação momento-rotação, e analisar o comportamento da viga pré-moldada protendida considerando o efeito dessas ligações.

A metodologia empregada, na presente pesquisa, permitiu monitorar a existência de rotação na base dos apoios. Dessa forma, analisando os resultados do ensaio do modelo SR, observou-se a ocorrência de deformação nos apoios (existindo giro nos pilares), ou seja, mesmo empregando diversos mecanismos de contraventamento dos pórticos e travamento dos pilares, não foi possível garantir a ausência de deformação nos apoios. Isso facilmente pode ser identificado comparando as leituras de rotação obtidas pelos clinômetros e transdutores. Como já descrito anteriormente os clinômetros fornecem leituras globais de rotação (todos os fatores que permitam a ocorrência de deformações fora das ligações como as rotações dos pilares e dos pórticos, somada a rotação da ligação), enquanto que os transdutores fornecem leituras relativas de rotação (rotação da ligação). Assim, como ilustrado na figura 3-72, pode-se obter a rotação devida à deformação dos apoios através da diferença entre as leituras fornecidas pelos clinômetros e transdutores, respectivamente.

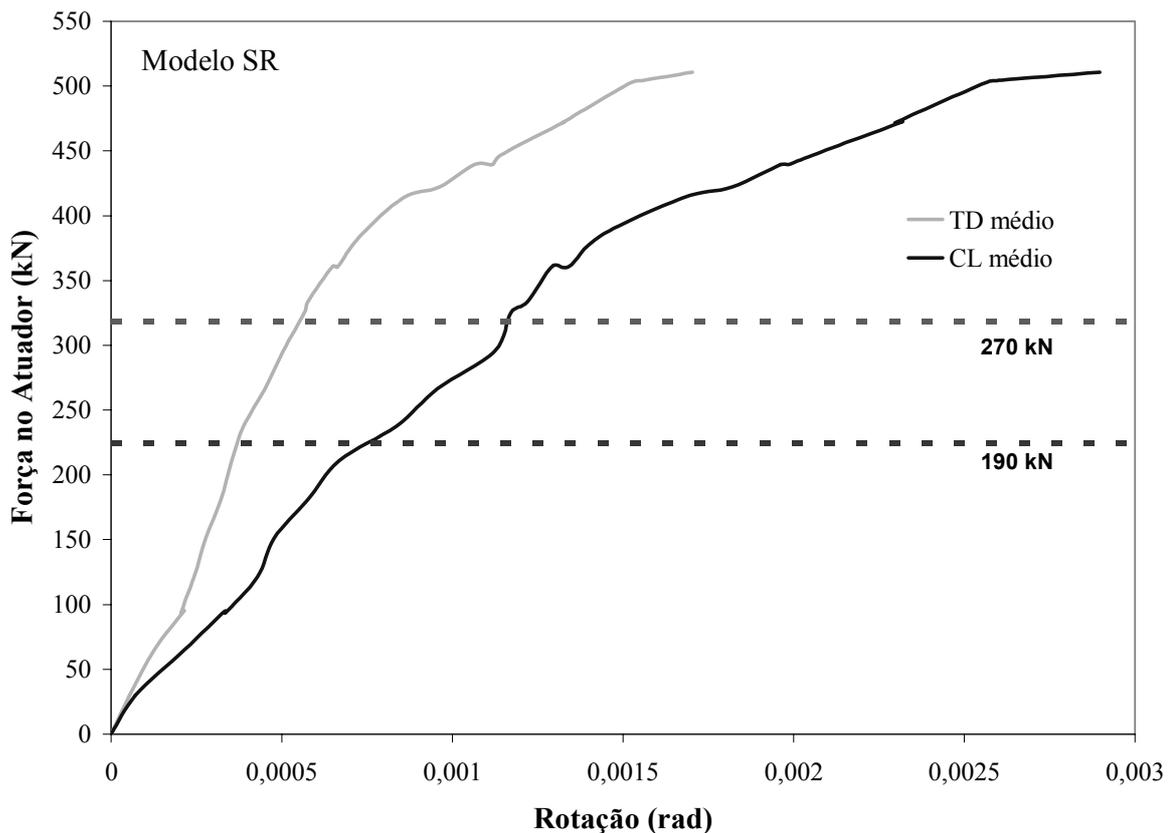


Figura 3-72: Força no atuador versus rotação.

Assim, para que a deformação dos apoios fosse considerada na análise dos resultados, foi necessária a identificação dos resultados considerando todas as deformações do apoio e a identificação dos resultados considerando somente a deformação das ligações.

Determinou-se a porcentagem de engastamento considerando todas as deformações do apoio através: das curvaturas, flechas e rotações dos modelos ensaiados.

➤ Curvaturas

Na tabela 3-17 pode-se observar as porcentagens de engastamento do apoio, para a carga correspondente a 70% da carga de projeto (190 kN) e a carga de projeto (270 kN), determinados através da consideração da igualdade da relação momento/curvatura entre a viga bi-apoiada e a viga com ligações resistentes à flexão.

Tabela 3-17: Determinação da porcentagem de engastamento para o apoio, considerando a igualdade da relação momento/curvatura entre os modelos ensaiados.

Carga	Curvatura (mm <sup>-1</sup> )	M <sub>vão</sub> (kN.m)	M <sub>extr</sub> (kN.m)	M <sub>eng</sub> (kN.m)	M/M <sub>eng</sub> apoio	α <sub>R</sub>
190 kN	6,95E-07	136,24	87,95	132	66%	0,56
270 kN	9,9E-07	207,68	110,92	187	59%	0,49

Considerando a mesma curvatura, foi possível conhecer o momento no meio do vão da viga, através do modelo BA. Assim, foi possível obter o momento na extremidade do modelo SR deduzindo o momento isostático no meio do vão. Através da figura 3-73 pode-se observar os valores de força correspondentes à mesma curvatura para cada um dos modelos.

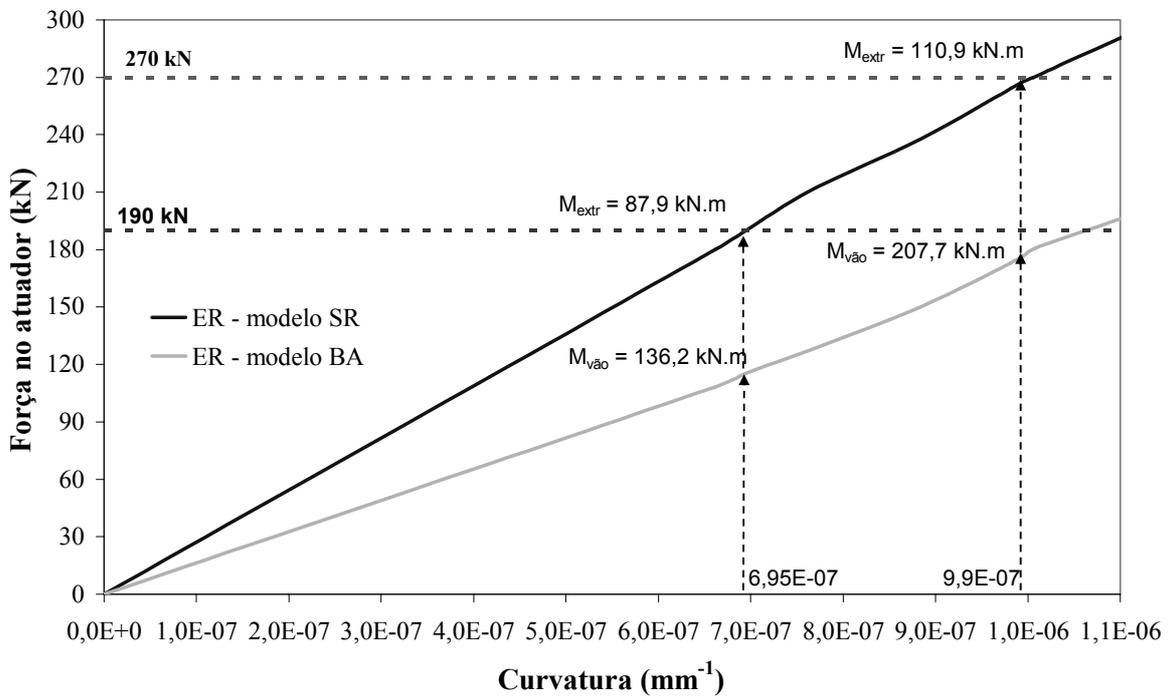


Figura 3-73: Força no atuador versus curvatura considerando os modelos ensaiados.

A distribuição dos momentos fletores determinados através das curvaturas obtidas pelos extensômetros elétricos de base removível pode ser observada na figura 3-74.

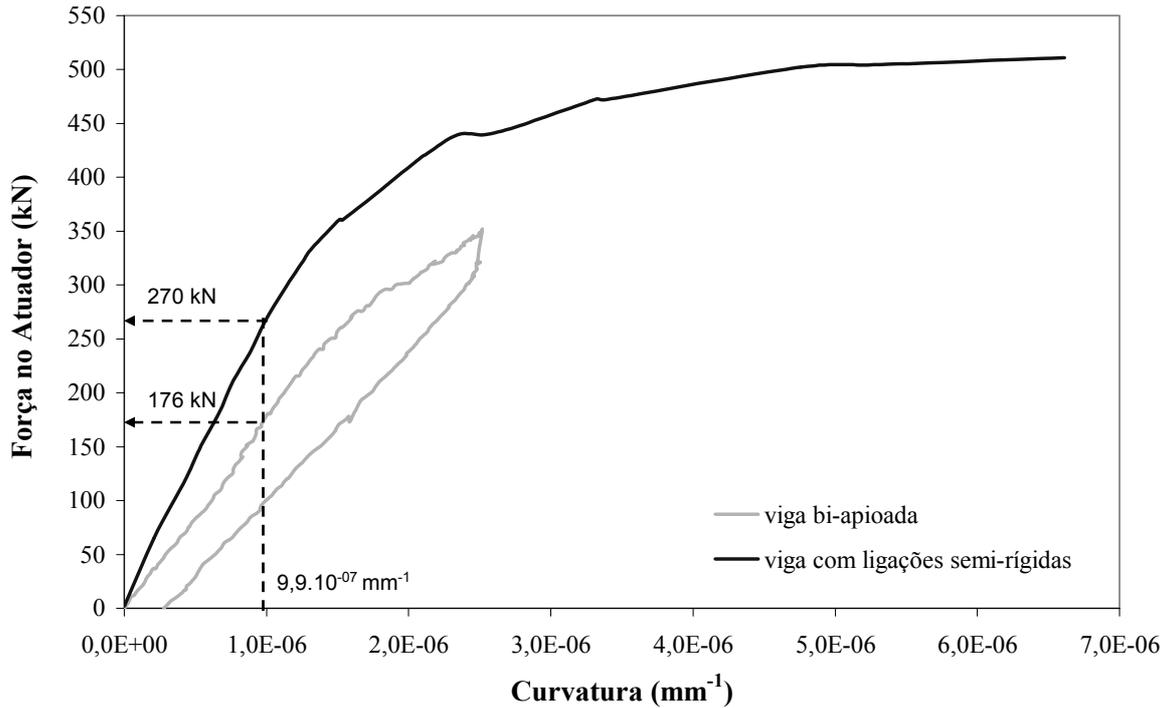


Figura 3-74: Força no atuador versus curvatura para os dois modelos ensaiados.

➤ Flechas

Na tabela 3-18 pode-se observar as porcentagens de engastamento do apoio, para a carga correspondente a 70%

da carga de projeto (190 kN) e a carga de projeto (270 kN), determinados através da relação entre as flechas medidas no ensaio de cada modelo.

Tabela 3-18: Determinação da porcentagem de engastamento para o apoio, considerando as flechas medidas em cada modelo ensaiado.

Carga	Flecha BA ( $f_1$ ) (mm)	Flecha SR ( $f_{SR}$ ) (mm)	$f_{SR}/f_1$	$\alpha_R$	M/M <sub>eng</sub> apoio
190 kN	2,63	1,39	0,53	0,52	62%
270 kN	4,16	2,20	0,53	0,52	62%

BA: se refere ao modelo composto pela viga bi-apoiada;  
SR: se refere ao modelo composto pela viga com ligações semi-rígidas.

onde:

$f_1$ : flecha correspondente a viga bi-articulada;

$f_{SR}$ : flecha correspondente a viga com ligações semi-rígidas;

Os gráficos com as flechas correspondentes a cada modelo podem ser observados na figura 3-75.

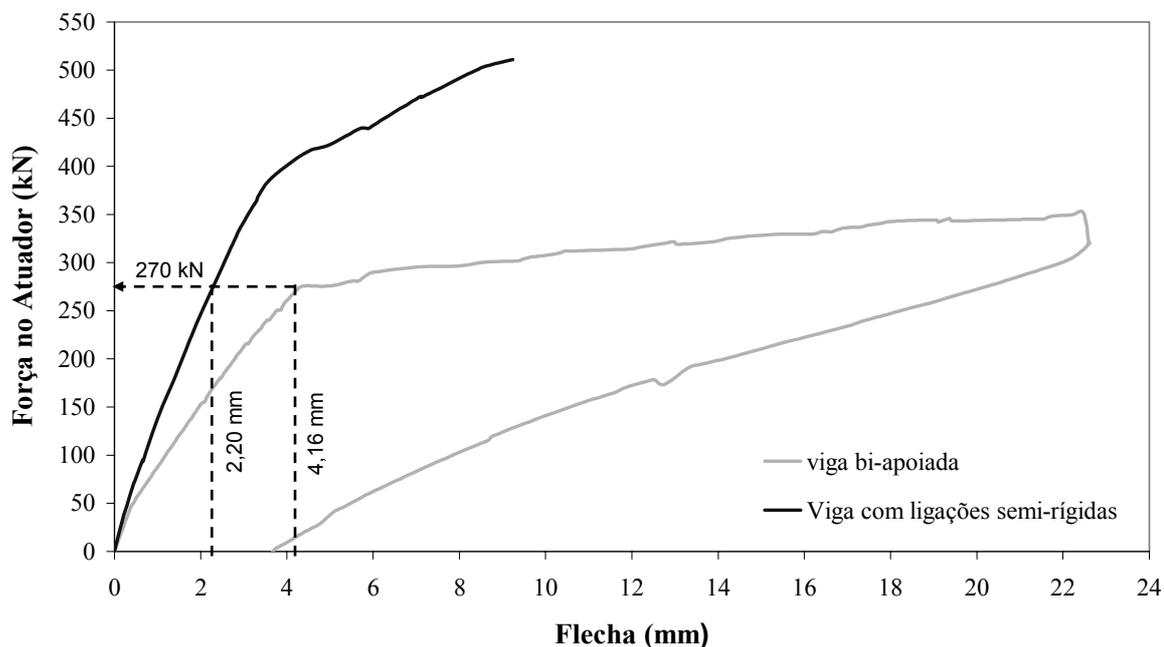


Figura 3-75: Força no atuador versus flecha considerando os dois modelos ensaiados.

Considerando os modelo BA e SR, pode-se dizer que houve uma redução significativa das flechas obtidas pelo modelo SR quando comparado com o modelo BA. Assim, mesmo não alcançando um engastamento total do apoio, as ligações presentes no modelo SR possibilitaram uma diminuição dos deslocamentos da viga. Desse modo, pode-se dizer que as ligações, ainda que para engastamentos parciais, não só melhoram as redistribuições dos momentos, como também reduzem os deslocamentos da viga.

#### ➤ Rotações

Na tabela 3-19 pode-se observar as porcentagens de engastamento do apoio, para a carga correspondente a 70% da carga de projeto (190 kN) e a carga de projeto (270 kN), determinados através da relação entre as rotações medidas através dos clinômetros em cada modelo ensaiado.

Tabela 3-19: Determinação da porcentagem de engastamento para o apoio, considerando a relação entre as rotações dos modelos ensaiados.

Leitura	Carga (kN)	Rotação SR ( $\phi_{ap}$ ) (rad)	Rotação SR média ( $\phi_{apm}$ ) (rad)	Rotação BA ( $\phi_{art}$ ) (rad)	$\phi_{apm} / \phi_{art}$	M/M <sub>eng</sub> apoio	$\alpha_R$
CL-DIR	190	0,00060	0,00061	0,0015	0,41	59%	0,49
CL-ESQ		0,00062		0,0015			
CL-DIR	270	0,0010	0,0010	0,0023	0,43	57%	0,47
CL-ESQ		0,0010		0,0023			

onde:

$\phi_{ap}$ : rotação no apoio da viga com ligações semi-rígidas;

$\phi_{apm}$ : rotação média no apoio da viga com ligações semi-rígidas;

$\phi_{art}$ : rotação na extremidade da viga bi-articulada.

Os valores correspondentes às porcentagens de engastamento dos apoios determinados através dos três métodos descritos anteriormente, possibilitaram a obtenção da porcentagem de engastamento média do apoio. Os resultados podem ser observados na tabela 3-20.

Tabela 3-20: Determinação da porcentagem de engastamento médio no apoio da viga.

Carga	Método	M/M <sub>eng</sub> apoio	M/M <sub>eng</sub> médio no apoio	$\alpha_R$
190	Curvatura	66 %	62 %	0,52
	Flecha	62 %		
	Rotação - CL	59 %		
270	Curvatura	59 %	59 %	0,49
	Flecha	62 %		
	Rotação - CL	57 %		

Com a porcentagem de engastamento do apoio e sabendo o momento de engastamento perfeito (considerando a rotação da ligação nula), foi possível a determinação do momento existente no apoio, ou seja, determinou-se o momento que solicitou a ligação para a carga correspondente a 70% da carga de projeto e para a carga de projeto. Esses momentos podem ser observados na tabela 3-21.

Tabela 3-21: Determinação do momento mobilizado nos apoios da viga no modelo SR.

Carga	M <sub>eng</sub> (kN.m)	M/M <sub>eng</sub> médio no apoio	M <sub>extr</sub> (kN.m)
190	132	62%	81,84
270	187	59%	110,33

Com os valores de rotação e momento referentes ao apoio, determinou-se a rigidez para o mesmo, como pode ser observado na tabela 3-22

**Tabela 3-22: Determinação da rigidez do apoio (incluindo restrição da ligação e do pilar).**

Carga	$M_{extr}$ (kN.m)	Rotação média no apoio (rad)	Rigidez no apoio (kN.m/rad)
190	81,84	0,00061	134163
270	110,33	0,00096	114927

Com os valores de rotação e momento referentes à ligação, determinou-se a rigidez da mesma para a carga correspondente a 70% da carga de projeto e para a carga de projeto, como pode ser observado na tabela 3-23.

**Tabela 3-23: Determinação da porcentagem de engastamento da ligação viga-pilar.**

Leitura	Carga (kN)	Rotação ( $\phi_E$ ) (rad)	Rotação média ( $\phi_{EM}$ ) (rad)	$M_{extr}$ (kN.m)	Rigidez da ligação (kN.m/rad)
TD-DIR	190	0,00030	0,00030	81,84	272800
TD-ESQ		0,00062			
TD-DIR	270	0,00050	0,00049	110,33	225163
TD-ESQ		0,00048			

onde:

$\phi_E$ : rotação na ligação semi-rígida.

Na figura 3-76, pode-se observar os gráficos de momento versus rotação considerando o apoio e a ligação, sendo indicada a reta *Beam Line* para a carga correspondente a 190 kN (70% da carga de projeto).

Na figura 3-77 pode-se observar os gráficos de momento versus rotação considerando o apoio e a ligação, sendo indicada a reta *Beam Line* para a carga correspondente a 270 kN (carga de projeto).

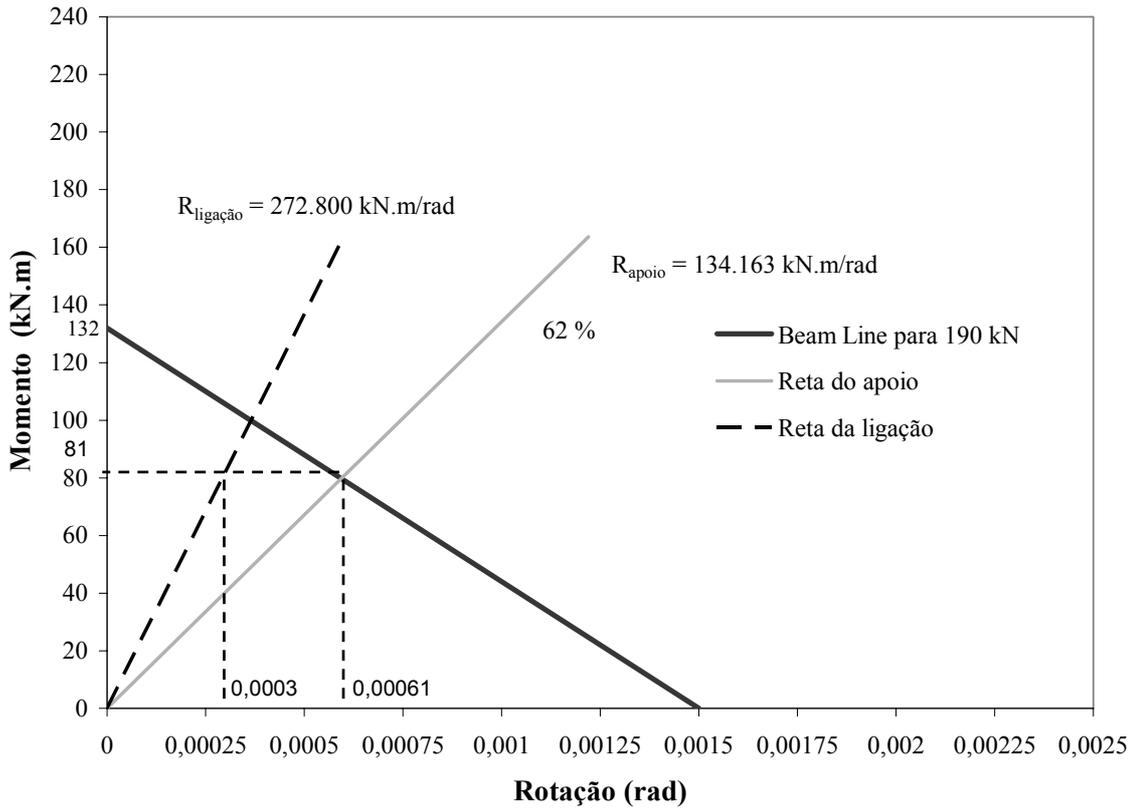


Figura 3-76: Caracterização da ligação e do apoio para a carga de 190 kN.

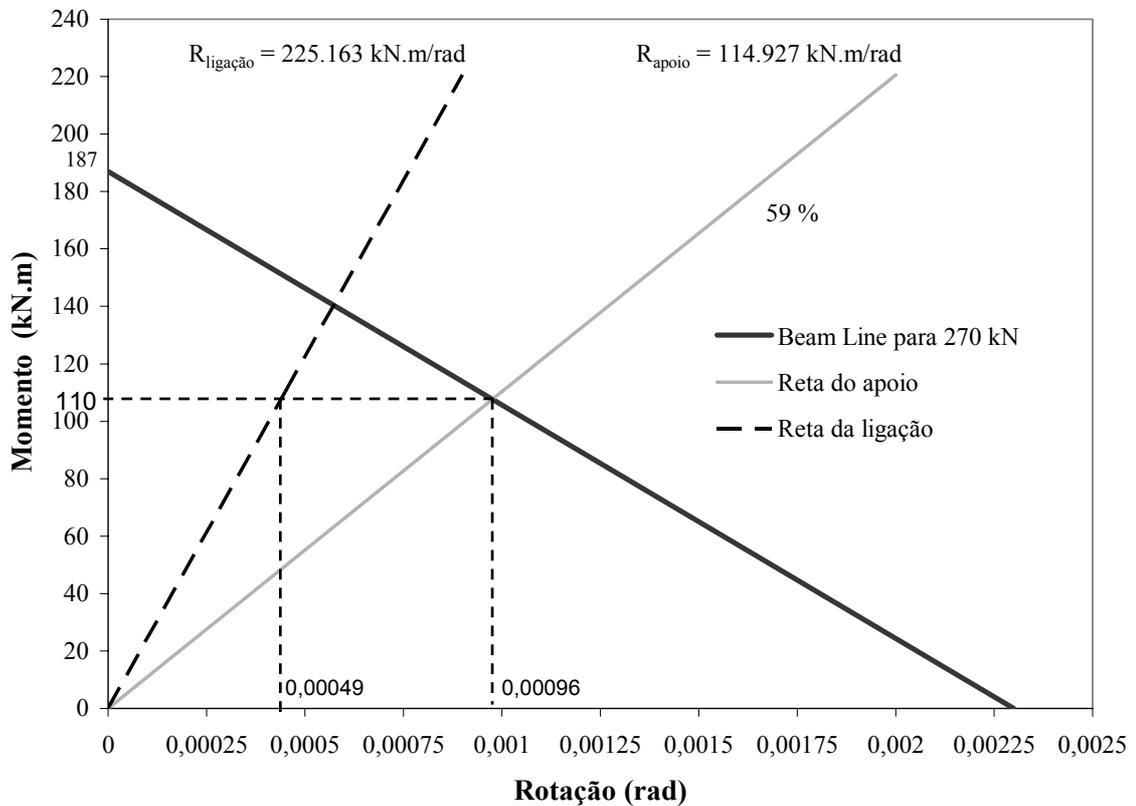


Figura 3-77: Caracterização da ligação e do apoio para a carga de 270 kN.

Observando a figura 3-77, pode-se dizer que com a aplicação de 270 kN no atuador central, a ligação mobilizou um momento de 104,72 kN.m, que correspondeu a 56% do momento elástico. Dessa forma, a rigidez obtida para a ligação, está relacionada com a aplicação desse momento (104,72 kN.m), não sendo conhecida a rigidez da ligação correspondente ao momento existente na intersecção da reta *Beam-line* com a reta da ligação (140 kN.m). Caso a rigidez da ligação se mantivesse constante mesmo com o aumento da carga aplicada (alcançando o momento correspondente a intersecção da reta *Beam-line* com a reta da ligação), e considerando que a rotação do pilar fosse nula, pode-se dizer que a porcentagem de engastamento parcial da ligação, para a carga de projeto, corresponderia a 75%, o que não pode ser afirmado.

É importante ressaltar que caso os pilares tivessem rotações nulas, as extremidades da viga teriam absorvido maiores momentos e, portanto, as ligações teriam maiores deformações para o mesmo nível de carregamento (considerando uma curva característica momento-rotação), resultando em um valor de rigidez inferior ao determinado para a ligação, e conseqüentemente resultando em uma porcentagem de engastamento inferior. Da mesma forma, com a redução das rotações dos pilares, a ligação passaria a apresentar uma rigidez superior, para o mesmo nível de carregamento, e conseqüentemente a porcentagem de engastamento da ligação aumentaria.

Assim sendo, com a análise dos resultados, acredita-se que o engastamento parcial da ligação correspondeu a um valor entre 60% e 70%, considerando a carga de projeto.

### 3.5.1 Comparações

O modelo ensaiado, na presente pesquisa, apresentou-se muito semelhante ao modelo ensaiado em SOUZA (2006), havendo muitos aspectos em comum nos dois trabalhos:

- Área de armaduras negativas de continuidade;
- Fixação das armaduras negativas por meio de luvas rosqueadas;
- Dimensões das vigas;
- Elementos de pilares em “L”, simulando pilares de extremidade.

Entretanto, diferentemente das ligações executadas em SOUZA (2006), na presente pesquisa, os nichos dos chumbadores foram preenchidos com graute e, na interface entre a viga e o consolo, utilizou-se uma chapa metálica (com o intuito de definir o centro de giro do apoio e nivelar a região) e o preenchimento com o mesmo graute. Além disso, a presente pesquisa englobou ensaios com o emprego de vigas pré-moldadas protendidas. Já nas ligações do modelo ensaiado em SOUZA (2006), uma almofada de argamassa reforçada com fibras foi posicionada na interface entre a viga e o consolo e os nichos dos chumbadores se mantiveram vazios, sendo empregada, no ensaio, uma viga pré-moldada de concreto armado.

Analisando os resultados obtidos com o trabalho de SOUZA (2006), pode-se dizer que considerando, no atuador, ações inferiores a 270 kN as rotações obtidas através dos clinômetros e dos transdutores foram muito próximas, indicando que os elementos de pilares apresentaram rotações desprezíveis. Entretanto, as rotações obtidas, na presente pesquisa, a partir dos clinômetros e dos transdutores, corresponderam a valores muito inferiores às apresentadas pelos mesmos instrumentos utilizados na pesquisa de SOUZA (2006). Pode-se dizer que as rotações obtidas pelos clinômetros para a carga de 270 kN, na presente pesquisa, corresponderam a 46% dos valores obtidos em SOUZA (2006). Desse modo, as rotações obtidas pelos transdutores para a carga de 270 kN, considerando a presente pesquisa, corresponderam a 28,5% dos valores obtidos em SOUZA (2006). portanto, observou-se que o modelo SR, estudado no presente trabalho apresentou uma rigidez superior ao estudado em SOUZA (2006), podendo observar que tanto as ligações como a viga possuíam rigidezes superiores, apresentando fissurações inferiores.

Analisando as diferenças de rotações apresentadas, é possível afirmar que a condição do apoio na extremidade da viga, corresponde a um fator muito importante, que pode influenciar no giro da ligação viga-pilar. Além disso, pode-se dizer que a ligação do modelo SR, da presente pesquisa, foi capaz de mobilizar maior momento, quando comparada com o modelo de SOUZA (2006), indicando que a utilização do graute e da chapa metálica nos apoios (principal diferença entre a execução das ligações empregadas na presente pesquisa e as utilizadas em SOUZA (2006)) se mostrou com grande potencial para melhorar a capacidade de restrição ao giro dos apoios presentes nas extremidades da viga.

# CAPÍTULO 4

## 4. CONCLUSÕES

---

### 4.1 Considerações Gerais

O comportamento das vigas pré-moldadas protendidas, é diretamente afetado pela relação momento-rotação no apoio. Portanto, embora a viga protendida apresente um comportamento linear, o comportamento conjunto viga e ligações, é determinado pela não-linearidade física das ligações viga-pilar.

O comportamento conjunto das vigas pré-moldadas com as suas ligações não tem sido objeto de estudos experimentais, tanto na literatura nacional como na internacional, que têm tratado a questão da caracterização da rigidez à flexão das ligações semi-rígidas de maneira isolada. Assim, os estudos existentes sobre o comportamento das ligações semi-rígidas em estruturas pré-moldadas têm se restringido a caracterização da rigidez à flexão de maneira isolada, devido principalmente à falta de uma metodologia experimental que integre parâmetros teóricos de controle, como o fator de restrição à rotação  $\alpha_R$  e o procedimento *Beam-line*.

Ainda que em caráter exploratório, na presente pesquisa procurou-se desenvolver uma metodologia experimental através do ensaio de um modelo composto por uma viga bi-apoiada e de um modelo composto por uma viga com ligações semi-rígidas, que permitiu estimar os momentos mobilizados nos apoios, a partir dos quais foi possível avaliar a redistribuição dos momentos, ou seja, o coeficiente de engastamento parcial. Desse modo, com a metodologia experimental empregada, pretendeu-se integrar diversas análises teóricas com a finalidade de tornar possível a análise dos parâmetros de rigidez da ligação e da viga através das medidas experimentais.

## 4.2 Cumprimento dos Objetivos

Considerando o objetivo, proposto na presente pesquisa, de investigar o comportamento conjunto de uma viga pré-moldada protendida levando em conta o efeito das ligações semi-rígidas, foi possível a obtenção das seguintes considerações:

- A partir dos ensaios realizados na presente pesquisa, foi possível avaliar o comportamento conjunto de uma viga pré-moldada protendida com a presença de ligações semi-rígidas em suas extremidades.
- As medidas de rotações globais (em relação ao solo) nos apoios da viga pré-moldada protendida foram realizadas diretamente através de clinômetros fixados nas laterais da viga e nos eixos dos seus apoios sobre os consolos. As medidas de rotações relativas entre a extremidade da viga e o consolo foram obtidas através de transdutores fixados nos consolos, com pontos de referência na parte inferior da lateral da viga, no trecho do seu apoio sobre o consolo. Dessa forma, também foi possível monitorar se os giros globais na extremidade da viga estavam próximos ou não dos giros relativos entre a viga e o consolo.
- Na presente pesquisa, as medidas de curvatura no trecho central da viga protendida foram realizadas através de extensômetros elétricos de base removível. Com base nos resultados obtidos, esse procedimento foi julgado adequado, principalmente para o caso de uma viga protendida, pois a mesma possui pequenas deformações, podendo causar imprecisões nas leituras realizadas através de transdutores verticais. Assim sendo, pode-se dizer que a utilização dos extensômetros elétricos de base removível mostrou-se adequada para a obtenção de curvatura em vigas com pequenas deformações.
- Os momentos atuantes nas extremidades da viga pré-moldada protendida foram deduzidos por três métodos. No primeiro método, tais momentos foram deduzidos a partir do momento isostático subtraído do momento obtido no meio do vão da viga bi-apoiada, considerando a igualdade da relação entre momento e curvatura para os dois modelos ensaiados (viga bi-apoiada e viga com ligações semi-rígidas). No segundo método, os momentos nas extremidades foram deduzidos a partir dos fatores de restrição à rotação  $\alpha_R$  determinados através das relações entre as flechas obtidas com o ensaio do modelo BA e as flechas obtidas com o ensaio do modelo SR. No terceiro método, os momentos atuantes nas extremidades da viga foram deduzidos a partir dos fatores de restrição à

rotação  $\alpha_R$  determinados através das relações entre as rotações da viga bi-apoiada e da viga com ligações semi-rígidas.

- Com a metodologia experimental empregada, foi possível integrar diversas análises teóricas, que permitiram estimar os momentos mobilizados nos apoios e conseqüentemente avaliar a redistribuição dos momentos, ou seja, o coeficiente de engastamento parcial. A validação desses métodos analíticos permitirá aos engenheiros estimar o comportamento semi-rígido das ligações viga-pilar em estruturas pré-moldadas. Essas equações são baseadas no fator de restrição à rotação, o qual pode ser facilmente incorporado em programas de análise estrutural existentes, fornecendo estimativas mais exatas para flechas em vigas pré-moldadas ou em estruturas semi-rígidas em esqueleto.
- Com base nos resultados experimentais obtidos na presente pesquisa, a ligação viga-pilar estudada apresentou uma rigidez à flexão da ordem de 232711 kN.m/rad para uma carga de projeto referente a um momento elástico de 187 kN.m (E.L.U).
- A viga estudada na presente pesquisa, foi capaz de mobilizar 56% do momento elástico (187 kN.m) considerando a carga de projeto correspondente a 270 kN. Para o momento mobilizado (104,72 kN.m), a ligação apresentou uma rigidez correspondente a 232711 kN.m/rad e através dos resultados obtidos, pôde-se observar que os pilares apresentaram certa rotação. Todavia, pode-se afirmar que considerando a rotação nula dos pilares, a porcentagem de engastamento parcial efetiva da ligação viga-pilar correspondeu a um valor intermediário a 60% e 70%.
- Considerando a carga correspondente ao E.L.U, observou-se que a flecha obtida no ensaio da viga com ligações semi-rígidas correspondeu a 57% da flecha obtida no ensaio da viga bi-apoiada. Pode-se dizer que tal fato ocorre devido a ligação viga-pilar promover a redistribuição dos esforços ao longo da viga, alterando a sua configuração da fissuração.
- Com o ensaio do modelo composto por uma viga com ligações semi-rígidas, constatou-se um espalhamento da fissuração ao longo da região da ligação, sendo inicialmente identificada uma fissura na interface entre a viga e o pilar, para uma carga correspondente a 95 kN, sendo que ao alcançar a carga de projeto de 270 kN, essa mesma fissura apresentou uma abertura correspondente a 0,35 mm. Além disso, também foi possível observar o aparecimento de uma fissura distante 35 cm da face do pilar, para a carga de 178 kN, que posteriormente atingiu uma abertura de 0,1 mm para a carga de projeto (270 kN). A terceira principal fissura que pôde ser identificada visualmente, surgiu a uma distância de 75 cm da face do pilar para uma carga de 415 kN. Assim, foi possível

observar a formação da rótula plástica na região da ligação, não havendo a concentração de deformação em uma única fissura.

- Comparando o modelo ensaiado por SOUZA (2006), que utilizou os mesmos elementos de pilares e as mesmas luvas rosqueadas para a fixação das armaduras negativas, pode-se dizer que o grande aumento da rigidez da ligação obtida na presente pesquisa se deve as melhores condições do apoio, que diferentemente da almofada empregada por SOUZA (2006), foi realizado, na presente pesquisa, o preenchimento das interfaces viga-pilar e nichos dos chumbadores com um graute que apresentou um módulo de elasticidade da ordem de 43 GPa. Dessa forma, acredita-se que para o ensaio realizado em SOUZA (2006), o principal fator que proporcionou uma pequena rigidez da ligação, está relacionado com a utilização da almofada para o apoio da viga, que apresentou um reduzido módulo de elasticidade, e não com a utilização das barras rosqueadas.

### **4.3 Avanços em Relação a Trabalhos Anteriormente Realizados**

Na presente pesquisa realizou-se o primeiro ensaio, em escala real, de uma viga pré-moldada protendida com a presença de ligações semi-rígidas compostas por armaduras de continuidade passando através dos pilares de extremidade.

Ainda que em caráter exploratório, a investigação experimental do comportamento conjunto da viga pré-moldada de concreto protendido e de suas ligações viga-pilar de extremidade a partir de dois ensaios físicos, com um modelo composto por uma viga com ligações semi-rígidas e um modelo composto por uma viga bi-apoiada, permitiu integrar toda a conceituação teórica que envolve conceitos como fator de restrição à rotação  $\alpha_R$  e o método *Beam-Line*, constituindo-se em um grande avanço em relação aos trabalhos anteriormente realizados no Brasil e no exterior.

Dando prosseguimento ao trabalho apresentado em SOUZA (2006), foi possível a utilização de todas as equações presentes na conceituação teórica, para a obtenção do momento na extremidade da viga protendida com ligações semi-rígidas, através dos resultados obtidos com os ensaios realizados em um modelo composto por uma viga pré-moldada protendida bi-apoiada e um modelo composto por uma viga pré-moldada protendida com ligações semi-rígidas. O presente trabalho contribuiu para a consolidação

desse procedimento de ensaio, o qual ainda não se encontra padronizado na bibliografia internacional.

Assim, embora a presente pesquisa, apresente certa limitação em sua base de dados, devido ao emprego de diversos equacionamentos e parâmetros teóricos de controle com o intuito de avaliar o desempenho da rigidez das ligações e da viga pré-moldada protendida, acredita-se que os estudos aqui realizados, contribuirão para o avanço no conhecimento sobre o tema, além de fornecer informações para pesquisas futuras.

#### **4.4 Sugestões para Trabalhos Futuros**

Em função da elevada rigidez apresentada pelas vigas e ligações, empregadas nos ensaios da presente pesquisa, recomenda-se que ensaios semelhantes sejam realizados com modelos em escala reduzida.

A realização de ensaios semelhantes com modelos em escala reduzida, proporcionaria maior facilidade na execução do mesmo, redução de custos devido à diminuição dos elementos e facilidade na obtenção das medições. Com o emprego de modelos mais deformáveis, as leituras seriam menos influenciadas por possíveis problemas relacionados à sensibilidade dos equipamentos de medição. Além disso, pode-se dizer que com a utilização de um modelo semelhante em escala reduzida, haveria maior facilidade para garantir o travamento dos pilares de extremidade, pois ocorreria uma relação mais favorável entre a rigidez do modelo ensaiado e a rigidez da estrutura de reação.

A presente pesquisa limita-se ao estudo do comportamento da viga pré-moldada protendida com ligações semi-rígidas, considerando somente o carregamento vertical. Nesse sentido, futuros estudos que permitam a análise do comportamento da ligação semi-rígida em pórticos sob ações horizontais, seriam de grande importância.

#### **4.5 Considerações Finais**

Finalizando, acredita-se que a presente pesquisa contribuiu para o aumento de informações a respeito do comportamento de ligações semi-rígidas presentes nas extremidades de vigas pré-moldadas de concreto protendido. Com base nas análises dos resultados experimentais obtidos para o modelo estudado, o engastamento parcial efetivo da

ligação, ou seja, a capacidade de restrição à rotação da ligação viga-pilar de extremidade no E.L.U foi estimada como sendo um valor entre 60% e 70%, apresentando, assim, um bom desempenho.

Embora os resultados sejam restritos aos momentos negativos, acredita-se que essa ligação possui um elevado potencial para aplicação em pórticos solidarizados, na medida em que o detalhe utilizado na interface entre a viga e o pilar possibilitou uma maior capacidade de restrição ao giro da ligação.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

---

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 5739**: Concreto – ensaio de compressão de corpos-de-prova cilíndricos. Rio de Janeiro, 1994.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8522**: Concreto – determinação do módulo de deformação estática e diagrama tensão-deformação. Rio de Janeiro, 1984.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 9062**: Projeto e execução de estruturas de concreto pré-moldado. Rio de Janeiro, 2006.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto – procedimento. Rio de Janeiro, 2003.

BALLARIM, A. W. **Desempenho das ligações de elementos estruturais pré-moldados de concreto**. São Carlos. 1993. 255f. Tese (Doutorado em estruturas) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1993.

BJORDHODVE, R. Classification system for beam-two-column connections. **J. Struct. Div**, v.116 in. ST11, p.3059-3076, 1990.

CARVALHO, R. C. **Concreto Protendido**. Universidade Federal de São Carlos, 2005. Notas de Aula.

CARVALHO, R. C.; FIGUEIREDO, J.R. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado segundo a NBR 6118: 2003**. 2.ed. São Carlos: EDUFSCar, 2005. 374p.

CATÁLOGO DA DEGUSSA. **Dados técnicos a respeito do Masterflow 320 Grout**. Disponível em: <[www.degussa-cc.com.br](http://www.degussa-cc.com.br)>. Acesso em: 26/01/2007.

CHEFDEBIEN, A. Precast concrete beam to column head connections. In: CONTROL OF THE SEMI-RIGID BEHAVIOUR OF CIVIL ENGINEERING STRUCTURAL CONNECTIONS, International Conference, 1998. **Proceedings Cost C1**. Liege, Belgium, 1998. p.35-43.

CHEOK, G.S.; LEW, H.S. Performance of precast concrete beam-to-column connections subject to cyclic loading. **PCI JOURNAL**. v.36, n.3, 1,p.56-67. May-June, 1991.

COMAIR, F.; DARDARE, J. Model testing of precast semi-rigid beam-column connections. In: WORKSHOP ON SEMI-RIGID BEHAVIOUR OF CIVIL ENGINEERING STRUCTURAL CONNECTIONS. **Proceedings Cost C1**. Strasbourg, France, 1992. p.98-119.

COST C1. European cooperation in the field of scientific and technical research. In: CONTROL OF THE SEMI-RIGID BEHAVIOUR OF CIVIL ENGINEERING STRUCTURAL CONNECTIONS. **Final Report**. Brussels: European Union Publication, 1999. p.13-29.

DOLAN, C. W.; STANTON, J. F.; ANDERSON, R. G. Moment resistant connections and simple connections. **PCI Journal**, 1987. n.2, p.62-74.

EL DEBS, M. K. **Concreto pré-moldado: fundamentos e aplicações**. São Carlos: Escola de Engenharia de São Carlos – Universidade de São Paulo, 2000. 441p.

ELLIOTT, K. S. **Precast concrete structures**. 2.ed. London, England. 2002. 375p.

ELLIOTT, K. S. Can precast concrete structures be designed as semi-rigid frames? **Structural engineer**, 2003. v.81, n.16, p.14-37.

ELLIOTT, K. S.; DAVIES, G.; GORGUN, H. **Semi-rigid connections in precast concrete frames**. 1997. v.3, p.6-12. FIP Notes.

ELLIOTT, K. S.; DAVIES, G.; GORGUN, H.; ADJPARVAR, M. The stability of precast concrete skeletal structures. **PCI JOURNAL**, 1998. Mar/Apr.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARTIZATION, **EUROCODE EC3: Design of steel structures**, Brussels, 1992.

FERREIRA, M. A. **Estudo de deformabilidades de ligações para a análise linear em pórticos planos de elementos pré-moldados de concreto**. São Carlos. 1993. 163f. Dissertação (Mestrado em estruturas) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1993.

FERREIRA, M. A. **Deformabilidade de ligações viga-pilar de concreto pré-moldado**. São Carlos. 1999. 232f. Tese (Doutorado em estruturas) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1999.

FERREIRA, M. A. **Critérios e procedimentos analíticos para a análise e projeto de ligações semi-rígidas em estruturas de concreto pré-moldado**. Inglaterra: School of Civil Engineering, University of Nottingham, UK, 2001. Programa de pesquisa de pós-doutorado no exterior.

FERREIRA, M.A.; EL DEBS, M.K.; ELLIOTT, K.S. Modelo Teórico para Projeto de Ligações Semi-Rígidas em Estruturas de Concreto Pré-Moldado. In: IBRACON. **Anais do 44 Congresso Brasileiro do Concreto**. Belo Horizonte, MG, 17 a 22 de Agosto, 2002.

FERREIRA, M. A.; EL DEBS, M. K.; ELLIOTT, K. S. Determinação teórico experimental da relação momento-rotação em ligações viga-pilar de estruturas pré-moldadas de concreto. In: EPUSP. **Anais do V Simpósio EPUSP sobre estruturas de concreto**. São Paulo, 2003.

FERREIRA, M. A. **Ligações semi-rígidas em estruturas pré-moldadas: Modelos teóricos, procedimentos de projeto e análise estrutural**. Brasil: Escola de Engenharia de São Carlos – Universidade de São Paulo, 2003. Programa de pesquisa de pós-doutorado no Brasil.

FERREIRA, M. A. **Estudo do Comportamento de Sistemas Estruturais em Concreto Pré-Moldado**. Brasil: Escola de Engenharia de São Carlos – Universidade de São Paulo, 2005. Programa de pesquisa de pós-doutorado no Brasil.

FERREIRA, M.A.; ELLIOTT, K.S. **Strength-Stiffness Requirement Approach for Semi-Rigid Precast Connections**. Inglaterra: School of Civil Engineering, University of Nottingham, UK, 2002. Programa de pesquisa de pós-doutorado no exterior.

FIB GUIDE TO GOOD PRACTICE. **Structural Connections for Precast Concrete Buildings**. 2003. Commission C6: Prefabrication. Task Group 6.2: Connections.

HANAI, J. B. Comportamento Resistente, Ductilidade e Confinamento. **Concreto: ensino, pesquisa e realizações**. São Paulo: Ibracon, 2005. v.1.

MIOTTO, A. M. (2002). **Ligações viga-pilar de estruturas de concreto pré-moldado com ênfase ao estudo da deformabilidade ao momento fletor**. São Carlos. 2002. 234f. Tese

(Doutorado em estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2002.

KERONEN, A. (1996). **Effect of semi-rigid connections in rc portal frame: load tests.** Finlândia. 95p. Report of Tampere University of Technology.

PRECAST CONCRETE INSTITUTE. **Moment resistant connections and simple connectios.** Chicago, ILLINOIS, 1986.

PRECAST CONCRETE INSTITUTE. **Design and Typical Details of Connections for Precast and Prestressed Concrete.** Chicago, ILLINOIS, 1988.

PRECAST CONCRETE INSTITUTE. **PCI Design Handbook.** Chicago, ILLINOIS, 2001.

SOARES, A. M. M. **Análise estrutural de pórticos planos de elementos pré-fabricados de concreto considerando a deformabilidade das ligações.** São Carlos. 1998. 178f. Dissertação (Mestrado em estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1998.

SOUZA, A. S. **Comportamento de elementos pré-moldados com ligações semi-rígidas.** São Carlos. 2006. 113f. Dissertação (Mestrado em construção civil) – Universidade Federal de São Carlos, 2006.

STANTON, J.F.; ANDERSON, R.G.; DOLAN, C.; McCLEARY, D.E. **Moment Resistant Connections and Simple Connections.** Chicago, ILLINOIS, 1986. 436 p.

T & A PRÉ-FABRICADOS. **Arquivo de fotos de obras realizadas pela empresa.** Recife – PE. 2005.

TRENT CONCRET. **Arquivos de fotos de obras realizadas no Reino Unido.**

VASCONCELOS, A. C. **Manual prático para a correta utilização de aços no concreto protendido em obediência às normas atualizadas.** Livros Técnicos e Científicos. Rio de Janeiro: Editora S.A, 1980.

VASCONCELOS, A. C. **O concreto no Brasil.** Records-Realizações-História. Editora Pini. 2a Ed.

## APÊNDICE A

### 1 Determinação da carga a ser aplicada no ensaio da viga protendida

Para a realização dos ensaios das vigas protendidas, inicialmente atribuiu-se um valor para as armaduras de continuidade inseridas nos pilares, que serão solidarizadas à viga com concreto moldado no local, e posteriormente determinou-se o valor da carga de projeto a ser aplicada. Realizaram-se os cálculos considerando a viga como sendo bi-engastada, submetida a duas cargas concentradas, como indicado na figura 1, e considerou-se a altura útil da seção como 56 cm, ilustrada na figura 2.

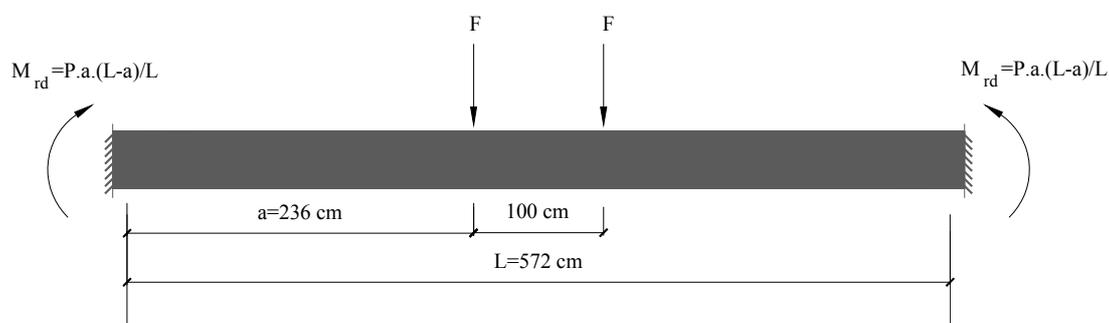


Figura 1: Viga com ligações rígidas.

Armadura de continuidade 4 Ø 16 mm

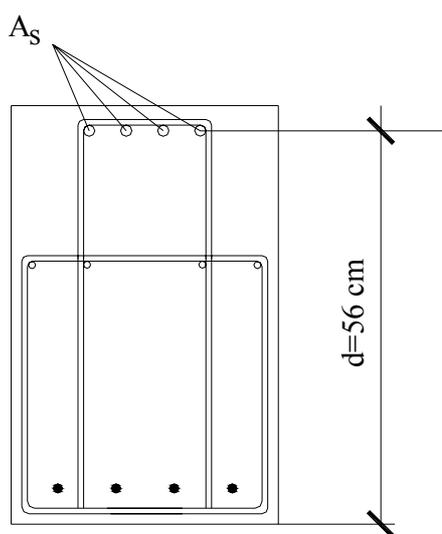


Figura 2: Seção transversal da viga com indicação da armadura de continuidade.

Sabendo que para uma viga bi-engastada, com duas cargas concentradas aplicadas a uma distância “a” da extremidade, com o valor do momento no apoio correspondente a:

$$M_{rd} = \frac{F.a}{L} \cdot (L - a), \text{ determinou-se o valor da carga “F” através da armadura de continuidade.}$$

Considerando o equilíbrio das forças atuantes na seção transversal de uma viga de seção retangular (indicado na figura 3), foi possível determinar o momento negativo resistente de cálculo no apoio ( $M_{rd}$ ), da seguinte maneira:

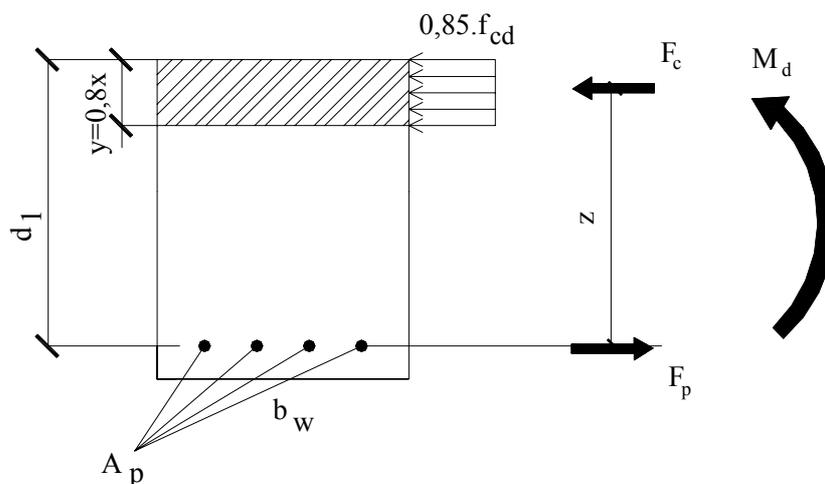


Figura 3: Viga de seção retangular com a indicação das forças internas e momento externo aplicado.

$$M_{rd} = F_c \cdot z = F_s \cdot z \quad (1)$$

$$F_c = 0,85 \cdot f_{cd} \cdot 0,8 \cdot x \cdot b_w$$

$$M_{rd} = (0,85 \cdot f_{cd} \cdot 0,8 \cdot x \cdot b_w) \cdot (d - 0,4 \cdot x) \quad (2)$$

Considerando um parâmetro adimensional  $\beta = \frac{x}{d}$  e substituindo na equação (2), tem-se:

$$M_{rd} = (0,85 \cdot f_{cd} \cdot 0,8 \cdot \beta \cdot d \cdot b_w) \cdot (d - 0,4 \cdot \beta \cdot d) \rightarrow M_{rd} = (0,68 \cdot f_{cd} \cdot \beta \cdot d^2 \cdot b_w) \cdot (1 - 0,4 \cdot \beta) \quad (3)$$

O parâmetro  $\beta$  pôde ser determinado através do valor da área de armadura de continuidade como indicado na equação 6.

$$F_s = f_s \cdot A_s = \frac{M_{rd}}{z} \quad (4)$$

$$A_s = \frac{(0,68 \cdot f_{cd} \cdot \beta \cdot d \cdot b_w) \cdot (d - 0,4 \cdot \beta \cdot d)}{(d - 0,4 \cdot \beta \cdot d) \cdot f_{yd}} \quad (5)$$

$$\beta = \frac{A_s \cdot f_{yd}}{(0,68 \cdot f_{cd} \cdot d \cdot b_w)} \quad (6)$$

onde:

$M_d$ : momento negativo de cálculo no apoio;

$A_s$ : área de armadura de continuidade;

$d$ : altura útil da seção;

$b_w$ : largura da viga;

$f_{cd}$ : resistência de cálculo do concreto à compressão;

$f_{yd}$ : tensão de escoamento do aço.

Dessa forma, considerando aço CA-50,  $b_w = 400$  mm,  $d = 560$  mm,  $A_s = 804$  mm<sup>2</sup> e  $f_{ck} = 35$  MPa, obteve-se:

$$\beta = \frac{A_s \cdot f_{yd}}{(0,68 \cdot f_{cd} \cdot d \cdot b_w)} \rightarrow \beta = \frac{804 \cdot \frac{500}{1,15}}{\left(0,68 \cdot 400 \cdot 560 \cdot \frac{35}{1,4}\right)} = 0,091797$$

E com o valor de  $\beta$  obteve-se o valor da carga P:

$$M_{rd} = (0,68 \cdot f_{cd} \cdot \beta \cdot d^2 \cdot b_w) \cdot (1 - 0,4 \cdot \beta)$$

$$M_{rd} = \left(0,68 \cdot \frac{35}{1,4} \cdot 0,091797 \cdot (560)^2 \cdot 400\right) \cdot (1 - 0,4 \cdot 0,091797) \cdot 10^{-6} = 188 \text{ kN.m}$$

$$M_{rd} = \frac{P \cdot a}{L} \cdot (L - a) \rightarrow 188 = \frac{P \cdot 2,36}{5,72} \cdot (5,72 - 2,36) \rightarrow P = 135 \text{ kN}$$

Assim, realizou-se o dimensionamento da viga protendida considerando a aplicação de duas cargas concentradas correspondentes a 135 kN.

## APÊNDICE B

### 1 Dimensionamento da Viga Pré-Moldada Protendida

#### 1.1 Introdução

Para o dimensionamento da viga em estudo empregou-se protensão limitada, considerando que a estrutura pertenceu a classe de agressividade ambiental II (agressividade moderada), segundo a NBR 6118:2003. Como as peças foram fabricadas pela empresa Leonardi, empregou-se protensão com aderência inicial e, portanto, a armadura de protensão foi composta por cabos retos.

#### 1.2 Dados da seção transversal e seção longitudinal retangular

A viga em estudo correspondeu a uma viga composta, pois a mesma era constituída uma parte por concreto pré-moldado e outra parte por concreto moldado no local. Desse modo, para o dimensionamento da viga consideraram-se duas fases distintas, a viga no momento da protensão e a viga no momento do ensaio. No momento da protensão, a viga possuiu altura correspondente a 40 cm, enquanto que no momento da realização do ensaio, a viga possuiu altura de 60 cm, sendo a diferença de 20 cm composta por concreto moldado no local. As duas situações descritas podem ser observadas na figura 1.

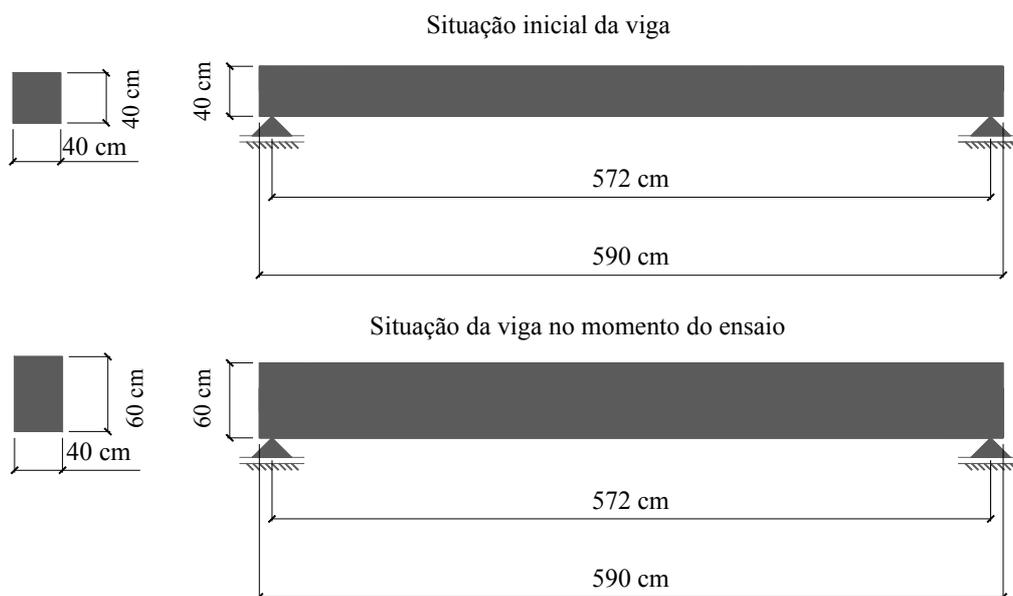


Figura 1: Seção Transversal e longitudinal da viga em suas duas situações.

### 1.3 Materiais

#### 1.3.1 Concreto

Foram utilizados dois tipos de concreto para a configuração da viga com seção correspondente a 40 x 60 cm. Na viga executada pela empresa Leonardi com seção de 40 x 40 cm foi empregado concreto com  $f_{ck} = 40$  MPa, e a parte da viga executada no laboratório foi constituída por concreto moldado no local com  $f_{ck} = 30$  MPa.

#### 1.3.2 Aço

O tipo de aço de protensão utilizado correspondeu ao aço CP190-RB com tensão correspondente a  $f_{ptk} = 1900$  MPa e  $f_{pyk} = 1710$  MPa.

As armaduras passivas utilizadas corresponderam a aço CA-50.

### 1.4 Características geométricas

#### 1.4.1 Considerando a data da protensão

Foram determinadas algumas características considerando a seção transversal no momento da protensão, equivalente ao tempo = 0.

✓ Área.

$$A = 0,40 \cdot 0,40 = 0,16 \text{ m}^2$$

✓ Momento de Inércia

$$I = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{0,4 \cdot 0,4^3}{12} = 0,0021333 \text{ m}^4$$

✓ Módulo de resistência à flexão

Na borda inferior da seção transversal

$$W_i = \frac{I}{y_i} = \frac{0,0021333}{0,2} = 0,0106665 \text{ m}^4$$

Na borda superior da seção transversal

$$W_i = W_s = 0,0106665 \text{ m}^4$$

### 1.4.2 Considerando a data do Ensaio

Da mesma maneira que anteriormente, foram determinadas algumas características considerando a seção transversal no momento do ensaio.

✓ Área.

$$A = 0,4 \cdot 0,60 = 0,24 \text{ m}^2$$

✓ Momento de Inércia

$$I = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{0,4 \cdot 0,6^3}{12} = 0,0072 \text{ m}^4$$

✓ Módulo de resistência à flexão

Na borda inferior da seção transversal

$$W_i = \frac{I}{y_i} = \frac{0,0072}{0,3} = 0,024 \text{ m}^4$$

Na borda superior da seção transversal

$$W_i = W_s = 0,024 \text{ m}^4$$

### 1.5 Verificação e dimensionamento da armadura de protensão da viga

#### 1.5.1 Na data da protensão

Inicialmente determinou-se a máxima protensão possível no tempo zero de maneira a não causar a ruptura da seção no meio do vão, tratando-se, portanto de uma verificação de ruptura “em vazio” de acordo com a norma NBR 6118:2003.

Dessa forma, como foi utilizado na viga em estudo protensão limitada, determinou-se a força de protensão limitando as tensões de tração a um determinado valor, que segundo a NBR 6118:2003 correspondeu a  $1,5 \cdot f_{ctm}$  (para seção transversal retangular).

De acordo com a mesma norma  $f_{ctm}$  corresponde a resistência à tração média do concreto e pôde ser determinada da seguinte maneira:

$$f_{ctm} = 0,3 \cdot (f_{ck})^{\frac{2}{3}}$$

Considerando que na data da protensão o concreto adquiriu apenas 60% de sua capacidade resistente, obteve-se o valor de  $f_{ctm}$ .

$$f_{ctm} = 0,3 \cdot (0,6 \cdot 40)^{\frac{2}{3}} = 2,496 \text{ MPa} = 2496 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

Na data de protensão, ou seja, no tempo=0, a viga estava submetida apenas ao seu peso próprio (equivalente às dimensões iniciais de 0,4 x 0,4 m), designado por  $g_1$ . A viga e o diagrama de momentos podem ser observados na figura 2.

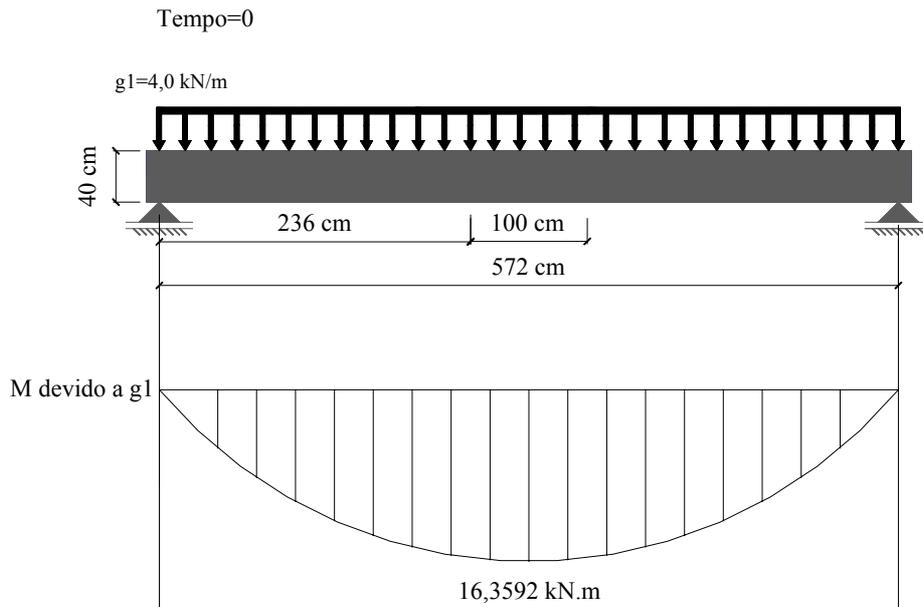


Figura 2: Diagrama de momento fletor na viga no tempo zero.

Com isso, determinou-se a força de protensão ( $F_p$ ) no tempo=0, para a seção mais solicitada (no meio do vão) considerando a borda da seção que possuía tensões de tração preponderantes (borda superior).

✓ Tensão devido ao peso próprio  $g_1$

$$\sigma = \frac{M_{g1}}{W} = \frac{16,3592}{0,0106665} = 1533,7 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

✓ Tensão devido a protensão

$$\sigma_p = \frac{F_p}{A} \pm \frac{F_p \cdot e_p}{W_i}$$

Considerou-se a excentricidade  $e_p = 0,15$  m como pode ser observado na figura 3.

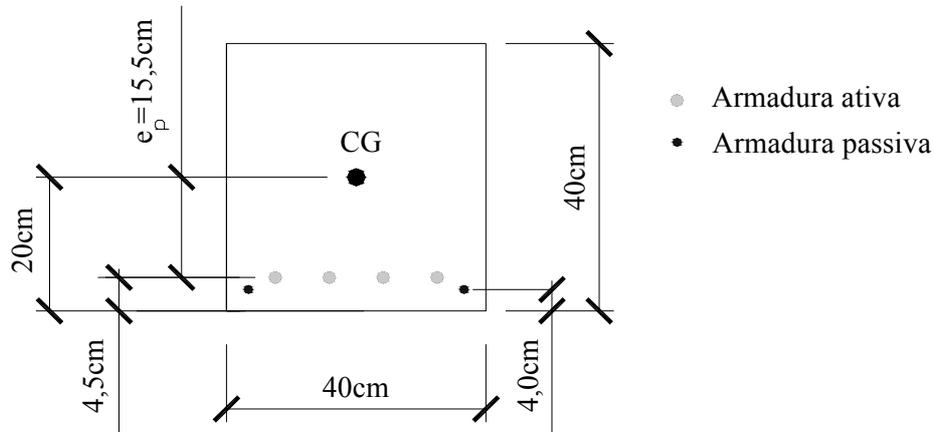


Figura 3: Excentricidade para a viga na data de protensão.

Com a aplicação da protensão, as bordas da seção transversal da viga foram submetidas a tensões como ilustradas na figura 4.

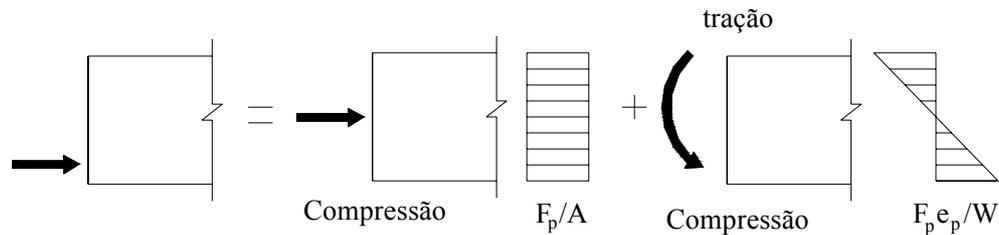


Figura 4: Tensões nas bordas da seção transversal devido a protensão.

Considerando tração positiva temos:

✓ Na borda superior

Tensão de tração  $\leq 1,5 \cdot f_{ctm}$

$$-1533,7 - \frac{F_p}{0,16} + \frac{F_p \cdot 0,155}{0,0106665} \leq 1,5 \cdot f_{ctm}$$

$$-1533,7 - \frac{F_p}{0,16} + \frac{F_p \cdot 0,155}{0,0106665} \leq 1,5 \cdot 2496$$

$$-1533,7 - \frac{F_p}{0,16} + \frac{F_p \cdot 0,155}{0,0106665} \leq 3744$$

$$F_p \leq 637 \text{ kN}$$

Empregando uma força de protensão menor que 637 kN, a peça não sofre ruptura, no meio do vão, devido a tração excessiva na borda superior.

✓ Área de armadura ativa

A NBR 6118:2003 estabelece que as forças de tração na armadura, durante as operações de protensão, não devem superar os valores decorrentes das limitações das tensões no aço correspondentes a essa situação transitória.

Desse modo, segundo a NBR 6118:2003 em caso de pré-tração a tensão da armadura de protensão na saída do aparelho de tração deve respeitar os limites:

$$\sigma_{pi} \leq \begin{cases} 0,77 \cdot f_{ptk} \\ 0,85 \cdot f_{pyk} \end{cases} \quad (\text{para aços da classe RB})$$

Sabendo-se que  $f_{ptk} = 1900 \text{ MPa}$   $f_{pyk} = 1710 \text{ MPa}$ , assim, tem-se:

$$\sigma_{pi} \leq \begin{cases} 0,77 \cdot 190 = 146,3 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \\ 0,85 \cdot 171 = 145,35 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \end{cases} \rightarrow \sigma_{pi} = 145,35 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$A_p \leq \frac{F_p}{\sigma_{pi}} = \frac{637}{145,35} \rightarrow A_p \leq 4,38 \text{ cm}^2 \rightarrow 4 \phi 12,7 \text{ mm} \rightarrow A_p = 3,948 \text{ cm}^2 \rightarrow F_p = 574 \text{ kN}$$

Assim, a viga deve ser produzida com a aplicação de uma força de protensão correspondente a 574 kN, sendo distribuída tal força para cada cabo, o que resultou em uma aplicação de protensão correspondente a 143,5 kN por cabo.

### 1.5.2 Na data da realização do ensaio

Na data da realização do ensaio, ou seja, no tempo  $= t_{ensaio}$ , a viga foi submetida a duas cargas concentradas de 135 kN cada (que causaram um momento designado por  $M_q$ ) e ao seu peso próprio considerado anteriormente acrescido do peso próprio referente a camada de 20 cm de concreto moldado no local (designado por  $g_2$ ). A viga e os diagramas de momento podem ser observados na figura 5.

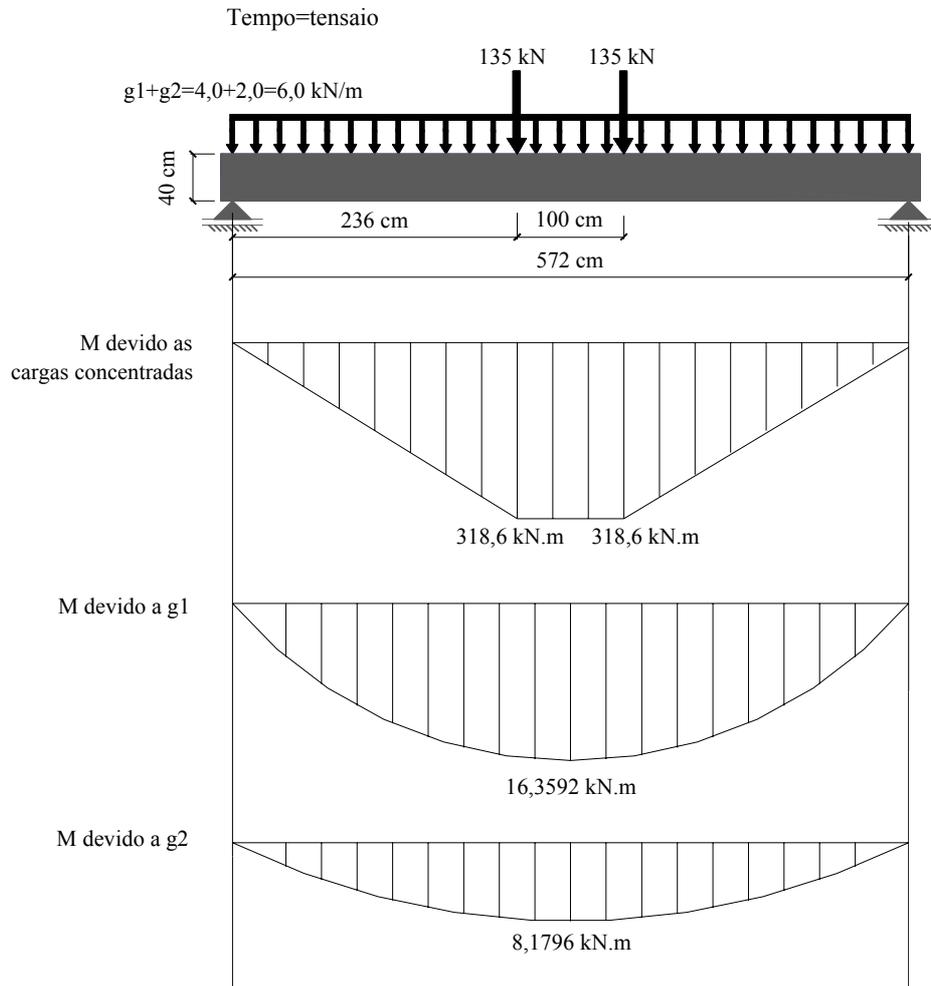


Figura 5: Solicitações da viga no tempo=tensaio.

Para a data do ensaio considerou-se a excentricidade  $e_p = 0,25$  m ilustrado na figura 6.

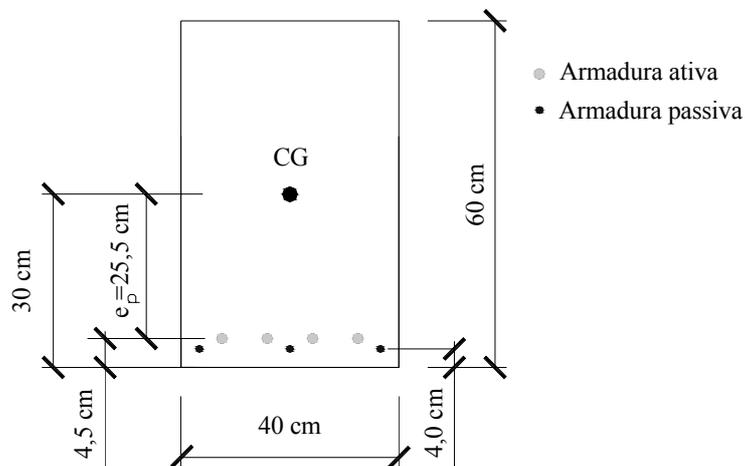
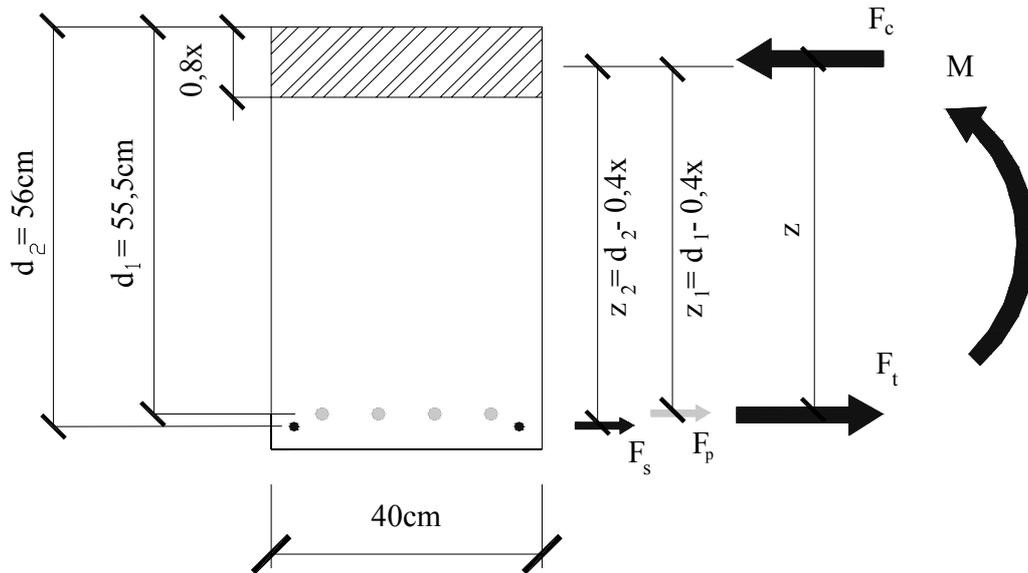


Figura 6: Excentricidade para a viga na data de protensão.

**1.6 Verificação e determinação da armadura passiva necessária na data do ensaio.**

Considerando o Estado Limite Último (ELU), inicialmente determinou-se a necessidade de armadura passiva, sendo posteriormente determinado o valor da respectiva armadura para a viga resistir ao momento solicitante.



**Figura 7: Equilíbrio da seção transversal.**

Inicialmente determinou-se a posição da linha neutra (LN) a partir do equilíbrio das forças atuantes na seção transversal.

Como não há força externa e a força atuante no concreto, ( $F_c$ ) deve ser igual a força atuante na armadura ( $F_t$ ).

$$F_s + F_p = F_t = F_c$$

O momento das forças internas em relação a qualquer ponto (em relação ao CG da armadura) deve ser igual ao momento externo de cálculo ( $M_s$ ). Assim, igualou-se o momento solicitante ( $M_{sd}$ ) ao momento resistido pelo concreto ( $M_c$ ).

$$M_{sd} = M_q + M_{g1} + M_{g2} = 318,6 + 16,3592 + 8,1796 = 343,14 \text{ kN.m}$$

$$M_{sd} = F_c \cdot z_1$$

$$M_{sd} = F_c \cdot z_1 = f_{ck} \cdot 0,8x \cdot b \cdot (d - 0,4x) = 40000 \cdot 0,8x \cdot 0,4 \cdot (0,555 - 0,4x)$$

$$40000.0,8x.0,4.(0,555 - 0,4x) = 343,14$$

$$- 5120x^2 + 7104x - 343,14 = 0$$

$$x = 0,050 \text{ m} = 5,0 \text{ cm}$$

Com a posição da linha neutra foi possível identificar o domínio de deformação que está situada a viga em estudo. Para que a viga se encontrasse no domínio 2 a posição da LN deveria estar entre zero e um determinado valor obtido através das deformações do concreto e da armadura.

$$x_2 = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + \varepsilon_s} \cdot d = \frac{3,5}{3,5 + 10} \cdot 0,555 = 0,144 \text{ m} = 14,4 \text{ cm}$$

Como a posição da LN para a viga em estudo correspondeu a 5,0 cm, pode-se dizer que a mesma encontrou-se no domínio 2, podendo-se notar que o concreto comprimido correspondeu a uma região do concreto moldado no local.

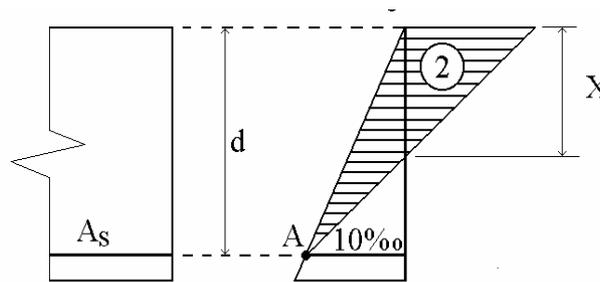


Figura 8: Domínio 2. [CARVALHO E FIGUEIREDO (2005)]

Com a determinação da posição da LN, foi possível a determinação do valor da força de protensão considerando o pré-alongamento da armadura ativa ( $\varepsilon_p$ ), a deformação da armadura após o contato com o concreto ( $\varepsilon_s$ ) e as perdas de protensão.

Tabela-1: Tensão no aço  $\sigma_{sd}$  (MPa) [VASCONCELOS (1980)].

$\varepsilon$ (‰)	<b>5,25</b>	<b>6,794</b>	<b>7,438</b>	<b>8,167</b>	<b>9,000</b>	<b>9,962</b>	<b>10,00</b>	<b>12,50</b>	<b>15,00</b>	<b>17,5</b>
<b>CP175</b>	1025	1264	1316	1344	1365	1368	1368	1378	1388	1397
<b>CP190</b>	1025	1314	1411	1459	1482	1486	1486	1496	1507	1517
$\varepsilon$ (‰)	<b>20,00</b>	<b>22,50</b>	<b>25,00</b>	<b>27,5</b>	<b>30,00</b>	<b>32,50</b>	<b>35,00</b>	<b>37,50</b>	<b>40,00</b>	
<b>CP175</b>	1407	1416	1426	1436	1445	1455	1464	14,74	1484	
<b>CP190</b>	1527	1538	15,48	1559	1569	1579	1590	1600	1611	

Considerou-se uma perda de protensão de 7% reduzindo a força de protensão correspondente ao pré-alongamento determinada anteriormente de 1453 MPa. Dessa forma a força de protensão considerando as perdas correspondeu a  $1453 \cdot 0,93 = 1351,29$  MPa.

Com a força de protensão equivalente a 1351,29 MPa, e realizando uma interpolação linear considerando a tabela determinou-se  $\varepsilon_p$ , da seguinte maneira:

$$\frac{\varepsilon_p - 6,794}{1351 - 1314} = \frac{7,438 - 6,794}{1411 - 1314} \rightarrow \varepsilon_p = 7,04 \text{ ‰}$$

$$\varepsilon_t = \varepsilon_s + \varepsilon_p$$

$$\varepsilon_t = 10 + 7,04 = 17,04 \text{ ‰}$$

De acordo com a mesma tabela e realizando uma interpolação linear obteve-se:

$$\frac{17,5 - 17,04}{1517 - \sigma_s} = \frac{17,5 - 15,0}{1517 - 1507} \rightarrow \sigma_s = 1515,16 \text{ MPa}$$

Com a determinação da tensão de protensão determinou-se a força de protensão correspondente, considerando o E.L.U, da seguinte maneira:

$$\sigma_s = \frac{F_p}{A} = 1515,16 \rightarrow F_p = 151,516 \cdot 3,948 = 598,18 \text{ kN}$$

#### – Verificação

Para verificar a necessidade de armadura passiva na viga em estudo, realizou-se uma comparação entre o momento solicitante ( $M_{sd}$ ) e o momento resistido pela armadura de protensão ( $M_p$ ) determinada anteriormente.

Sendo:

$$M_{sd} = M_q + M_{g1} + M_{g2} = 318,6 + 16,3592 + 8,1796 = 343,14 \text{ kN.m}$$

$$M_p = F_p \cdot z_1 = 598,18 \cdot (0,555 - 0,4 \cdot 0,05) = 320,03 \text{ kN.m}$$

Dessa forma, observou-se que apenas a armadura de protensão não foi capaz de resistir a todo o momento solicitante, sendo necessária a determinação de armadura passiva.

#### – Armadura passiva

O cálculo da armadura passiva necessária foi realizado de maneira simples a partir do equilíbrio das forças atuantes na seção, considerando flexão simples e de acordo com a figura 7:.

Sendo:

$$M_{sd} = M_q + M_{g1} + M_{g2} = 318,6 + 16,3592 + 8,1796 = 343,14 \text{ kN.m}$$

$$z_1 = (0,555 - 0,4.0,05) = 0,535 \text{ m}$$

$$z_2 = (0,56 - 0,4.0,05) = 0,54 \text{ m}$$

$$M_u = M_{sd}$$

Determinou-se a armadura passiva da seguinte forma:

$$M_u = (F_p)z_1 + (F_s)z_2$$

$$M_u = (A_p \cdot \sigma_p)z_1 + (A_s \cdot f_y)z_2$$

$$343,14 = (3,948.151,516).0,535 + (A_s \cdot 50).0,54$$

$$A_s = 0,86 \text{ cm}^2 \rightarrow 2 \phi 10,0 \text{ mm} \rightarrow A_s = 1,6 \text{ cm}^2$$

onde:

$z_1$ : distância entre a força de compressão  $F_c$  e a força correspondente a armadura ativa;

$z_2$ : distância entre a força de compressão  $F_c$  e a força correspondente a armadura passiva;

$F_p$ : força na armadura ativa;

$F_s$ : força na armadura passiva;

$A_p$ : área da armadura de protensão;

$\sigma_p$ : tensão na armadura de protensão;

$A_s$ : área da armadura passiva;

$f_y$ : tensão na armadura passiva sem a consideração de coeficiente de segurança;

$M_u$ : momento último resistido pela seção.

### 1.7 Determinação do momento de fissuração

Considerando o concreto protendido, o momento de fissuração ( $M_r$ ) pôde ser determinado da seguinte maneira:

$$M_r = \frac{I}{y} \left( f_{ct} \cdot \alpha + \frac{N \cdot e}{I} \cdot y + \frac{N}{A} \right)$$

$$M_r = \frac{0,0072}{0,3} \left( 2456,16.1,5 + \frac{533,49.0,255}{0,0072} \cdot 0,3 + \frac{533,49}{0,24} \right) \rightarrow M_r = 277,81 \text{ kN.m}$$

sendo

$$N = \sigma_p \cdot A_p = 145,3 \cdot 0,93 \cdot 3,948 = 135,129 \cdot 3,948 = 533,49 \text{ kN}$$

onde:

I : momento de inércia da seção bruta;

$f_{ct}$  : resistência à tração direta do concreto, correspondente a

$$f_{ctk,inf} = 0,7 \cdot f_{ctm} = 3508,8 \cdot 0,7 = 2456,16;$$

N : força de protensão considerando situação de serviço e as perdas de protensão;

e : excentricidade da armadura ativa;

A : área da seção transversal;

y : distância do centro de gravidade da seção a fibra mais tracionada;

$\alpha$  : fator que relaciona aproximadamente a resistência à tração na flexão com a resistência à tração direta, equivalente a 1,5 para seções retangulares.

$$\frac{M_r}{M_{sd}} = \frac{277,81}{343,14} = 81\%$$

Dessa forma, observou-se que o momento de fissuração estava próximo do máximo momento solicitante.

Utilizando a armadura ativa correspondente a  $3,984 \text{ cm}^2$  o início da fissuração na viga ocorre quando a carga aplicada gerar um momento superior a  $277,81 \text{ kN.m}$ .

### 1.8 Verificação de Ruptura

Para que não houvesse a ruptura da peça de concreto, não deveria haver tensões de tração excessivas na borda superior da viga, e igualmente, não deveria haver tensões de compressão excessiva na borda inferior da mesma. Portanto foi importante a realização de uma verificação de ruptura na data de protensão.

Para a determinação da força de protensão, realizada anteriormente, foi considerado o limite de ruptura para a tensão de tração na borda superior da viga.

Assim, foi realizada a verificação da tensão de compressão na borda inferior da viga, no meio do vão, considerando a data de protensão. De acordo com a norma NBR 6118:2003, a tensão de compressão no concreto não pode ultrapassar o valor correspondente a  $0,7 \cdot f_{ctk}$ .

- Verificação de Ruptura

Considerando tração positiva tem-se:

tensão de compressão  $\leq 0,7 \cdot f_{ctk}$

$$+1533,7 - \frac{F_p}{0,16} - \frac{F_p \cdot 0,155}{0,0106665} \leq 0,7 \cdot f_{ctk}$$

$$+1533,7 - \frac{598,18}{0,16} - \frac{598,18 \cdot 0,155}{0,0106665} \leq 0,7 \cdot 40000$$

$$-10897,36 \leq 28000$$

$$10897,36 \geq -28000 \rightarrow \text{Não haverá compressão excessiva}$$

De acordo com a norma NBR 6118:2003, quando é empregada protensão limitada, devem ser realizadas verificações em serviço, sendo verificado o estado limite de descompressão, considerando combinação quase permanente, e o estado limite de formação de fissuras, considerando combinação freqüente. No entanto, como no presente trabalho dimensionou-se uma viga visando a realização do ensaio, sem o emprego de cargas acidentais e carregamentos provenientes de lajes, como no caso de um projeto real, não foram realizadas as verificações em serviço.

### 1.9 Determinação da quantidade de cabos necessários na extremidade da viga dentro do limite de formação de fissuras.

Considerando a viga bi-apoiada, na seção do apoio o momento é nulo, não contribuindo para equilibrar as tensões devido a protensão. Assim sendo, a seção do apoio da viga correspondeu a seção mais desfavorável na data da protensão, e foi verificada com o intuito de evitar possíveis danos ao concreto nessa região devido a um excesso de tensões de tração na mesma.

Considerando armadura de 12,7 mm cuja área corresponde a 0,987 cm<sup>2</sup> tem-se:

$$F_p = A_p \cdot \sigma_{pi}$$

$$F_p = n \cdot 0,987 \cdot 145,35 = 143,46 \cdot n$$

Considerando seção do apoio e borda superior.

$$-\frac{F_p}{A} + \frac{F_p \cdot e_p}{W_s} \leq 3744$$

$$-\frac{143,46.n}{0,16} + \frac{143,46.n.0,155}{0,0106665} \leq 3744$$

$$n \leq 3,15$$

Dessa forma, observou-se que para não haver a formação de fissuras na extremidade da viga deveriam ser empregados apenas 3 cabos de protensão. Assim, foi necessário que a aderência dos cabos fosse controlada. Com isso, determinou-se em que região da viga poderiam ser utilizados 4 cabos com aderência.

Considerando a data da protensão, identificou-se na seção onde puderam ser empregados 4 cabos com aderência, da seguinte forma:

$$-\frac{4.143,46}{0,16} + \frac{4.143,46.0,155}{0,0106665} - \frac{M_{g1}}{0,0106665} \leq 3744$$

$$M_{g1} \geq 10,75 \text{ kN.m}$$

Com isso, determinou-se a distância correspondente ao momento como pode ser observado na figura 9:.

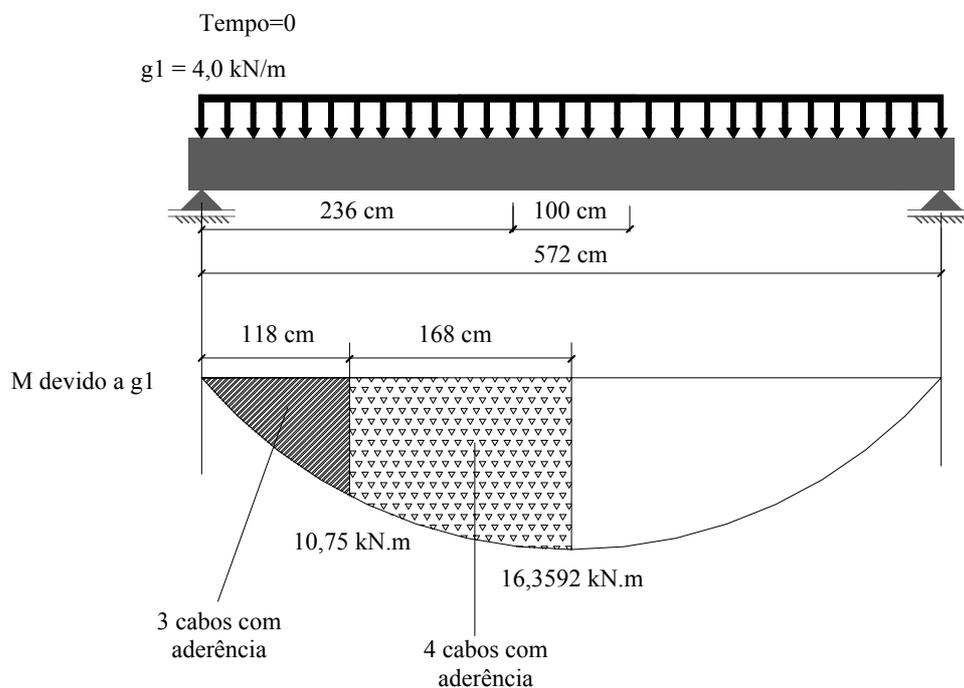


Figura 9: Diagrama de momento com indicação dos cabos.

### 1.10 Consideração das ligações semi-rígidas.

Na presente pesquisa foi ensaiada uma viga pré-moldada protendida considerando ligações semi-rígidas, que apresentou um comportamento diferente das ligações flexíveis consideradas no dimensionamento da viga. Dessa forma, observou-se que para a situação com ligações semi-rígidas houve um momento negativo nos apoios que juntamente com a protensão, causaram um excesso de tração na borda superior dos apoios e uma concentração de tensões de compressão na parte inferior da extremidade da viga. Então, notou-se a necessidade de um maior controle da protensão na região dos apoios.

Determinou-se o diagrama de momento para a viga ensaiada considerando as ligações bi-engastadas através do Programa *Ftool*, sendo possível observar que o momento negativo estendeu-se dos apoios até uma distância correspondente a 1,38 m, como pode ser observado na figura 11.

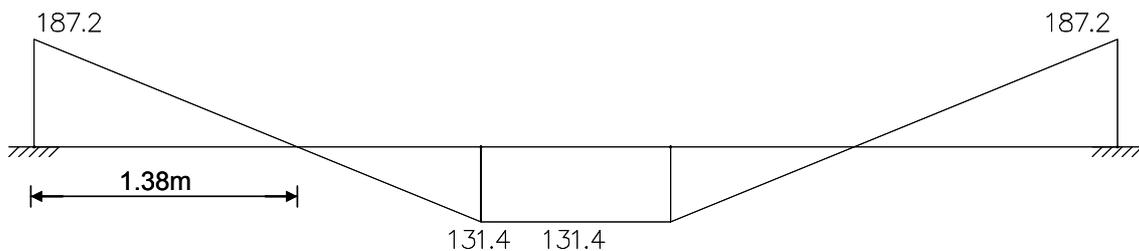
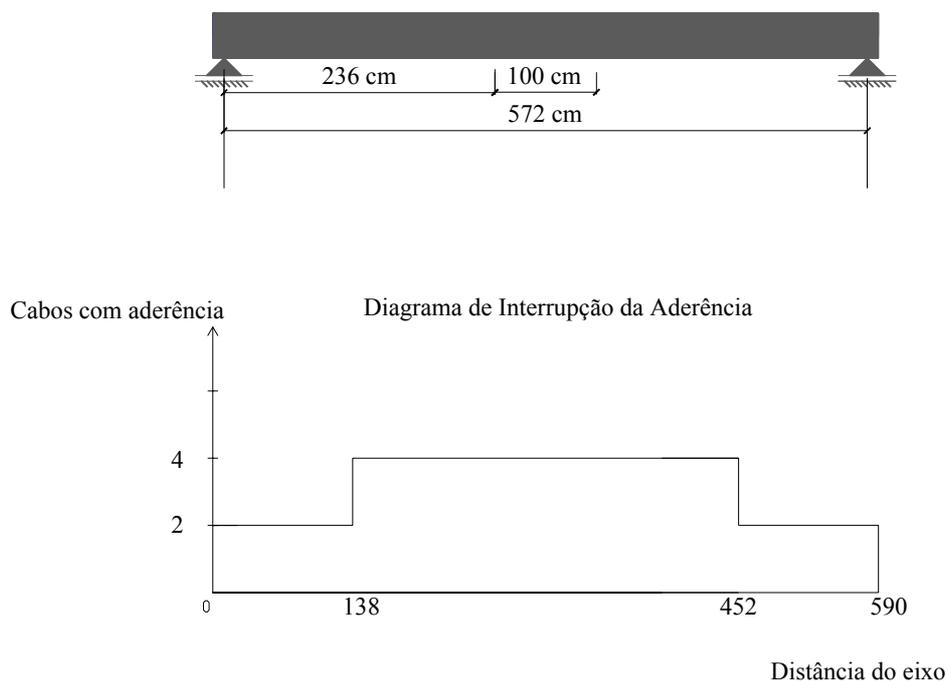


Figura 11: Momento para viga bi-engastada.

Entretanto, quando as ligações semi-rígidas são empregadas, ocorre certa deformabilidade da ligação, o que ocasiona uma redução no momento negativo e um aumento no momento positivo. Dessa forma, a distância do momento negativo até o apoio considerando as ligações semi-rígidas seria inferior ao obtido com as ligações rígidas.

Assim, realizou-se uma redução da protensão na região da extremidade da viga através do isolamento de duas armaduras ativas. O isolamento dessas duas armaduras foi realizado na distância correspondente a 1,38 m da extremidade da viga. Esse valor foi estimado tendo como base a distância do momento negativo considerando a viga bi-engastada.

A partir dessas colocações foi realizado um novo diagrama de interrupção de aderência que pode ser observado na figura 13.



**Figura 13: Diagrama de interrupção de aderência considerando a viga com ligações semi-rígidas.**

Com o intuito de ancorar as bielas comprimidas da região do apoio da viga, foram empregadas armaduras em laço nas extremidades da viga protendida, além das armaduras de cisalhamento presentes na mesma.

## APÊNDICE C

### 1 Dimensionamento das alças de içamento das vigas

Para a produção das alças de içamento foram empregadas cordoalhas de 12,7 mm. Constatou-se, de acordo com a empresa Leonardi, que as vigas seriam transportadas de forma que as alças ficariam submetidas a esforços inclinados  $45^\circ$  em relação a vertical.

#### 1.1 Determinação do esforço solicitante da alça de içamento

De acordo com a figura 1 determinou-se o esforço ( $F_{al}$ ) que solicitou a alça de içamento quando do transporte da viga.

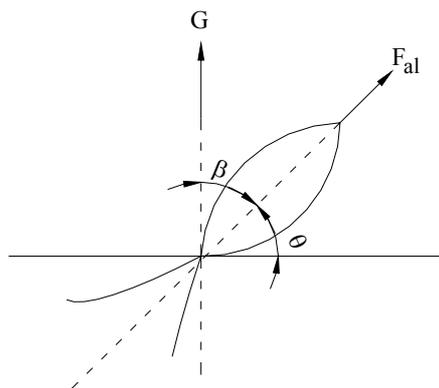


Figura 1: Alça submetida ao esforço  $F_{al}$ . [adaptado de EL DEBS (2000)].

Dessa forma, a força  $F_{al}$  correspondeu a uma derivação da força correspondente ao peso próprio do elemento ( $G$ ). Um esquema do levantamento de uma viga através das alças de içamento pode ser observado na figura 2.

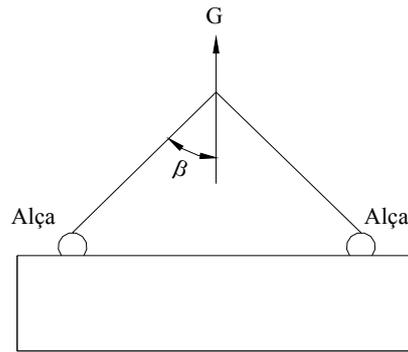


Figura 2: Esquema do levantamento da viga através das alças de içamento.

Inicialmente, logo após serem fabricadas, as vigas possuíram uma altura correspondente a 40 cm, e no momento do ensaio as vigas já mediam 60 cm de altura, apresentando um maior peso próprio.

Considerando:

- peso específico do concreto  $\gamma_c = 25 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$
- área da seção transversal da viga considerando o transporte da fábrica até o laboratório  $A_c = 40.40 = 1600 \text{ cm}^2 = 0,16 \text{ m}^2$
- área da seção transversal da viga considerando o transporte após a realização do ensaio  $A_c = 60.40 = 2400 \text{ cm}^2 = 0,24 \text{ m}^2$
- comprimento da viga  $L = 5,9 \text{ m}$

Assim, considerando o transporte da fábrica até o laboratório, temos:

$$G = \gamma_c \cdot A_c \cdot L \rightarrow G = 25 \cdot 0,16 \cdot 5,90 = 23,6 \text{ kN}$$

Considerando  $\beta = 45^\circ$  a força  $F_{al}$  pode ser determinada da seguinte maneira:

$$F_{al} = \frac{G}{2 \cdot \cos \beta} \rightarrow F_{al} = \frac{23,6}{2 \cdot \cos 45^\circ} = 16,69 \text{ kN}$$

onde:

$F_{al}$  : força que solicita a alça com uma inclinação  $\beta$  com a vertical;

$G$  : peso próprio do elemento a ser suspenso.

Considerando o transporte da viga após o preenchimento de sua seção resistente, temos:

$$G = \gamma_c \cdot A_c \cdot L \rightarrow G = 25 \cdot 0,24 \cdot 5,90 = 35,4 \text{ kN}$$

$$F_{al} = \frac{G}{2 \cdot \cos \beta} \rightarrow F_{al} = \frac{35,4}{2 \cdot \cos 45^\circ} = 25,03 \text{ kN}$$

### 1.1 Determinação do comprimento de embutimento para a alça de içamento

Através da tabela 3.8 de EL DEBS (2000), considerando laço simples e utilizando cordoalha 17,2 mm, pôde-se obter o comprimento de embutimento correspondente a uma força  $F_{al}$  determinada.

De acordo com essa tabela, para que a alça inclinada  $45^\circ$  em relação a vertical, considerando laço simples e utilizando cordoalha 17,2 mm, suportasse uma força  $F_{al} = 2,2$  tf seria necessário um comprimento de embutimento correspondente a 41 cm.

Dessa forma, para que as alças dimensionadas suportassem as vigas utilizadas na presente pesquisa após a fabricação, foi necessário fazer com que elas possuíssem um comprimento de embutimento de 40 cm.

De acordo com a mesma tabela, para que as alças inclinadas em  $45^\circ$  considerando laço simples e utilização de cordoalhas de 17,2 mm suportassem uma força  $F_{al} = 3,6$  tf foi necessário um comprimento de embutimento correspondente a 56 cm. Entretanto como as vigas ensaiadas tinham parte de sua seção resistente (uma altura de 20 cm) preenchida com concreto moldado no local, as alças que inicialmente possuíam 40 cm de comprimento de embutimento, tinham ao final do ensaio um comprimento de embutimento superior ao necessário (indicado na tabela 3.8 em EL DEBS (2000)).

Na figura 3 pode-se observar o detalhe das alças necessárias ao içamento das vigas protendidas.

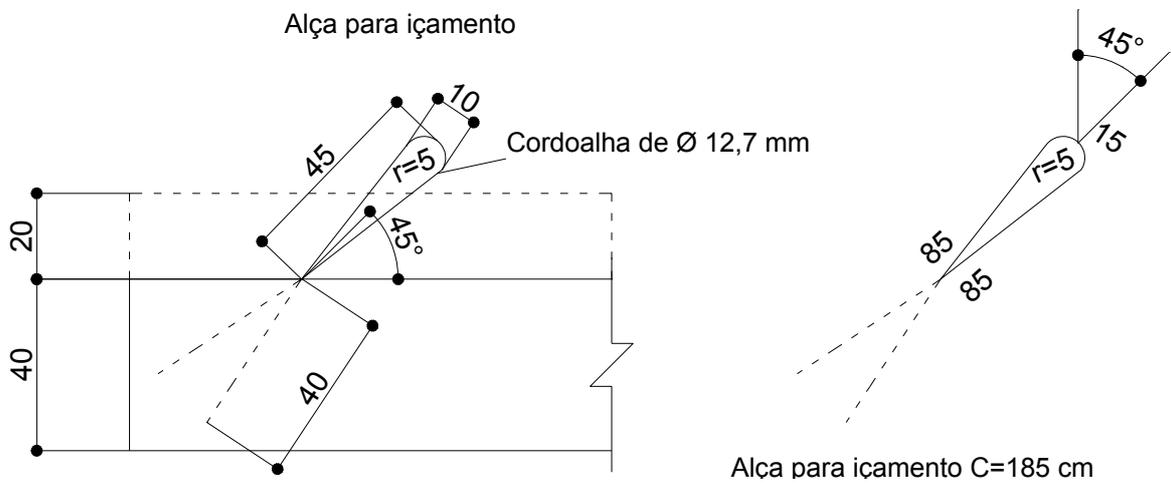


Figura 3: Detalhe das alças empregadas nas vigas protendidas.

## APÊNDICE D

### 1 Dimensionamento do consolo

#### 1.1 Caracterização do consolo

Para o dimensionamento do consolo, determinou-se a força resultante da viga que solicitou o mesmo quando foram aplicadas as cargas previstas. A viga com as solicitações e as reações nos apoios pode ser observada na figura 1.

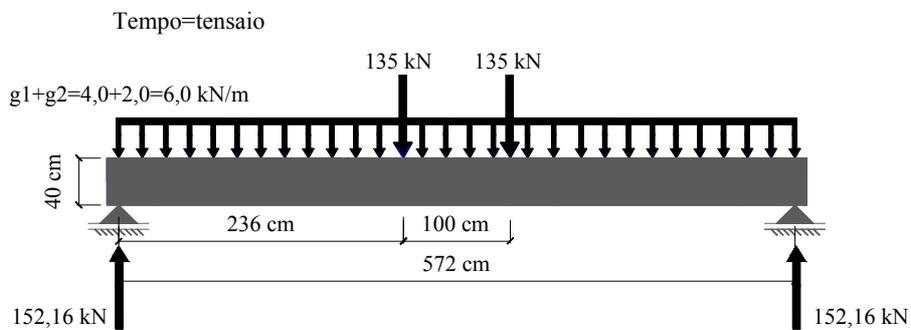


Figura 1: Viga submetida a solicitações e reações nos apoios.

O consolo dimensionado para a realização dos ensaios da presente pesquisa pode ser observado na figura 2.

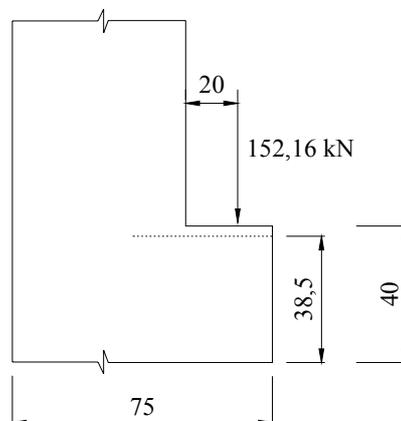


Figura 2: Consolo a ser dimensionado.

Na figura 1 está ilustrado o valor da carga proveniente da viga protendida estudada na presente pesquisa, denominada como “V” e correspondente a 152,16 kN. Para o dimensionamento do consolo em estudo, utilizou-se o coeficiente de segurança equivalente a 1,4 para a majoração da carga atuante no mesmo. Assim, para os cálculos utilizou-se  $V_d = 213,024$  kN .

De acordo com a NBR 9062:2006, o tipo de cálculo utilizado para o adequado dimensionamento dos consolos pode ser determinado através da relação:

$$\frac{a}{d}$$

onde :

a: distância entre o ponto de aplicação da carga V e o pilar;

d: altura útil da seção.

De acordo com o valor da relação  $\frac{a}{d}$  obtida, o consolo pode ser dimensionado da seguinte maneira:

- Para  $1,0 < \frac{a}{d} \leq 2,0 \rightarrow$  o dimensionamento pode ser realizado considerando o consolo como uma viga em balanço;
- Para  $0,5 < \frac{a}{d} \leq 1,0 \rightarrow$  o consolo é considerado curto e o dimensionamento deve ser realizado utilizando o modelo biela e tirante;
- $\frac{a}{d} \leq 0,5 \rightarrow$  o consolo é considerado muito curto e o dimensionamento deve ser realizado utilizando o modelo atrito e cisalhamento.

Dessa forma, foi determinada a relação  $\frac{a}{d}$  para o consolo estudado.

$\rightarrow$  Sendo a altura do dente 40,0 cm e considerando 1,5 cm de cobrimento, determinou-se o valor de  $d = 38,5$  cm.

$\rightarrow$  Considerando  $a = 20,0$  cm tem-se:

$$\frac{a}{d} = \frac{20}{38,5} = 0,52 > 0,5$$

→ De acordo com a relação  $\frac{a}{d}$  determinada, o consolo estudado foi dimensionado como um consolo curto, ou seja, através do método biela e tirante.

### 1.2 Determinação da armadura do tirante

De acordo com a NBR 9062:2006, a armadura do tirante foi determinada considerando o modelo biela e tirante da seguinte maneira:

$$A_{S,tir} = A_{SV} + \frac{H_d}{f_{yd}}$$

onde:

$$A_{SV} = \left(0,1 + \frac{a}{d}\right) \cdot \frac{F_d}{f_{yd}} = \left(0,1 + \frac{20}{38,5}\right) \cdot \frac{213,024}{\frac{50}{1,15}} = 3,035 \text{ cm}^2$$

$A_{SV}$  : área de armadura disposta na direção vertical;

$A_{S,tir}$  : armadura do tirante;

$H_d$  : força horizontal;

$f_{yd}$  : resistência de cálculo do aço à tração.

De acordo com a NBR 9062:2006, em seu item 7.3.9, para elementos assentados com argamassa, o valor da força horizontal  $H_d$  pode ser considerado como 0,5 de  $F_d$ .

Assim:

$$H_d = 213,024 \cdot 0,5 = 106,51 \text{ kN}$$

$$A_{S,tir} = A_{SV} + \frac{H_d}{f_{yd}} = 3,035 + \frac{106,51}{\frac{50}{1,15}} = 5,50 \text{ cm}^2 \rightarrow 5 \phi 12,5 \text{ mm} \rightarrow A_s = 6,1 \text{ cm}^2$$

#### – Armadura mínima do tirante

$$0,04 < w < 0,15$$

$$w = \frac{A_{S,tir} \cdot f_{yk}}{b \cdot d \cdot f_{ck}} = \frac{6,1 \cdot 500}{40 \cdot 38,5 \cdot 35} = 0,057 \rightarrow \text{logo "w" está dentro do intervalo!}$$

onde:

w : taxa mínima de armadura;

b : largura do consolo;

$f_{yk}$  : resistência característica do aço à tração;

$f_{ck}$  : resistência característica do concreto à compressão.

### 1.3 Determinação da armadura de costura

De acordo com EL DEBS (2000), para consolos curtos a armadura de costura é obtida da seguinte forma:

$$A_{sh} = 0,4A_{S,tir} = 0,4.6,1 = 2,44 \text{ cm}^2 \rightarrow \mathbf{6 \phi 8 \text{ mm}} \rightarrow \mathbf{A_s = 3,0 \text{ cm}^2}$$

onde:

$A_{sh}$  : armadura de costura.

Com isso, a armadura de costura corresponde a **6 $\phi$  8 mm**, equivalendo a uma área de **3,0 cm<sup>2</sup>**.

### 1.4 Determinação dos estribos verticais

De acordo com EL DEBS (2000), os estribos verticais podem ser obtidos da seguinte maneira:

$$A_{SW} = 0,14\%.b.h = 0,0014.40.40 = 2,24 \text{ cm}^2 \rightarrow \mathbf{5 \phi 8 \text{ mm}} \rightarrow \mathbf{A_{SW} = 2,5 \text{ cm}^2}$$

onde:

$A_{SW}$  : área de armadura transversal (estribo).

#### Verificação

De acordo com EL DEBS (2000), a área da armadura do estribo vertical, deve ser:

$$A_{SW} > 0,2.A_{S,tir}$$

$$A_{SW} > 0,2.A_{S,tir} \rightarrow A_{SW} = 0,2.6,1 = 1,22 \text{ cm}^2$$

Portanto, a armadura do estribo está verificada pois:

$$A_{sw} > 1,22 \text{ cm}^2$$

### 1.5 Verificação do esmagamento do concreto

De acordo com EL DEBS (2000) para consolos curtos, não há esmagamento do concreto se a tensão de cisalhamento for menor do que um determinado valor limite.

$$\tau_{wd} \leq \tau_{wu}$$

$$\tau_{wd} = \frac{V_d}{b.d} = \frac{213,024}{0,40 \cdot 0,385} = 1383,27 \text{ kN/m}^2 \rightarrow 1,4 \text{ MPa}$$

$$\tau_{wu} = \frac{0,18 \cdot \beta \cdot f_{cd}}{\sqrt{(0,9)^2 + \left(\frac{a}{d}\right)^2}} = \frac{0,18 \cdot 1,35}{1,4 \cdot \sqrt{(0,9)^2 + (0,52)^2}} = 4,33 \text{ MPa}$$

$$\tau_{wd} = 1,4 \text{ MPa} < \tau_{wu} = 4,33 \text{ MPa} \rightarrow \text{Não há esmagamento da biela de concreto}$$

onde:

$\tau_{wd}$  : tensão convencional de cisalhamento;

$\tau_{wu}$  : valor último da tensão de cisalhamento;

$\beta$  : ângulo de inclinação da biela comprimida;

$f_{cd}$  : resistência de cálculo do concreto à compressão.

### 1.6 Armadura construtiva

Foram empregadas armaduras construtivas para a fixação da armadura do tirante, correspondendo a **1 $\phi$  12,5 mm**

Também foram empregadas armaduras construtivas, com o intuito de aumentar a rigidez do consolo, correspondentes a **2 $\phi$  12,5 mm**.

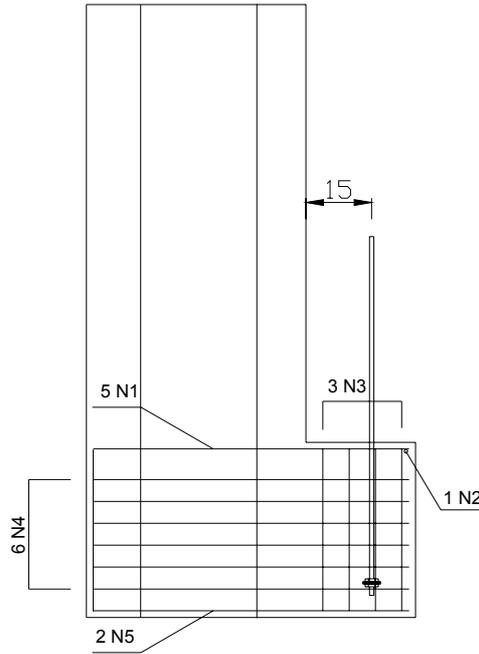


Figura 3: Detalhamento do consolo.

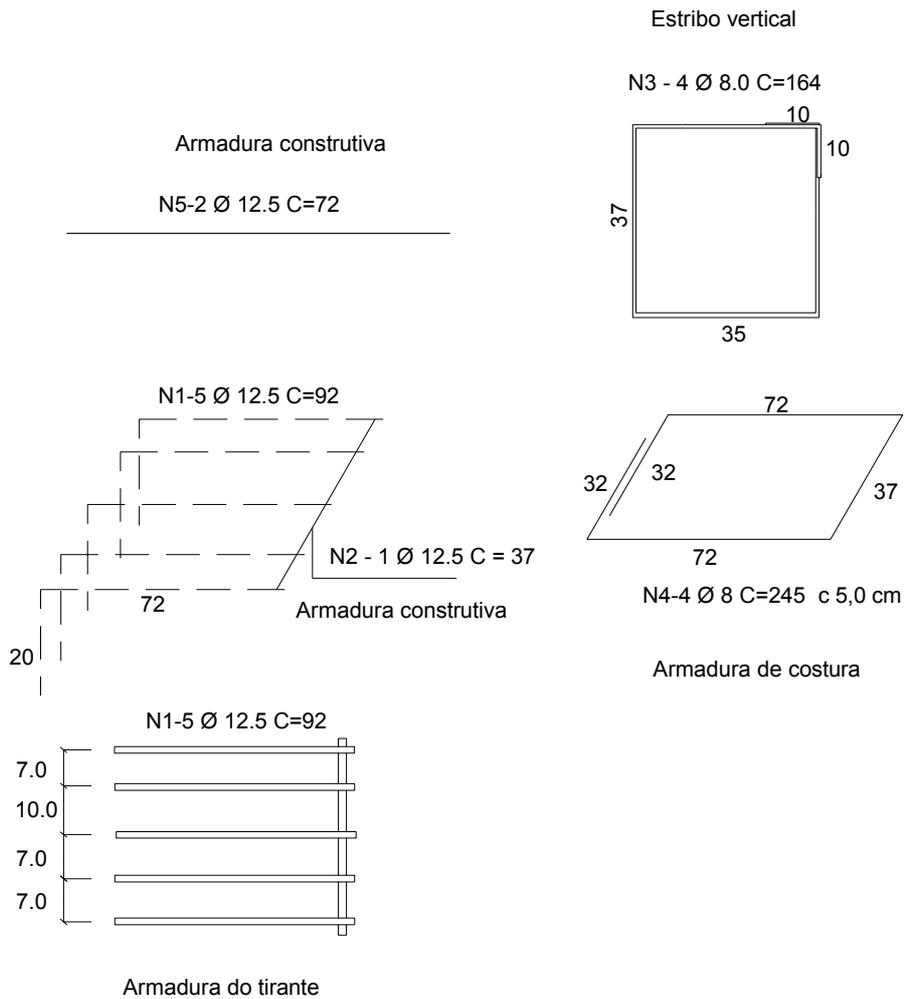


Figura 3: Armaduras do consolo.

## APÊNDICE E

---

### **1 Desenvolvimento de um Procedimento para o Dimensionamento de uma Viga Protendida com Ligações Semi-Rígidas**

Com a bibliografia apresentada foi possível o desenvolvimento de um procedimento para o dimensionamento de uma viga protendida considerando as ligações semi-rígidas, com a presença de chumbadores e armaduras de continuidade inseridas nos pilares.

Para a realização do projeto da viga, foram consideradas duas situações: a primeira corresponde a situação transitória, em que a viga está submetida apenas ao seu peso próprio e ao peso próprio da laje; a segunda situação corresponde a situação final, quando a viga já está submetida a sobrecarga e a capa de concreto moldado no local.

A viga na primeira situação foi considerada como bi-apoiada. Na segunda situação, considerou-se a viga como bi-engastada. As duas situações podem ser observadas na figura 1. Para facilitar os cálculos, realizou-se um pré-dimensionamento da viga protendida considerando certa deformabilidade das ligações semi-rígidas. Dessa forma, considerou-se uma porcentagem de engastamento de forma a reduzir o momento na extremidade da viga e aumentar o momento no meio do vão, permitindo a utilização de uma menor área de armadura negativa e uma maior área de armadura positiva. Assim, considerou-se o momento na extremidade da viga 25% menor que o momento de engastamento perfeito, e considerou-se o momento no meio do vão como sendo 80% superior ao momento no vão considerando a viga bi-engastada.

Determinaram-se as armaduras negativas e positivas para os respectivos momentos e posteriormente obteve-se o fator de restrição e a porcentagem de engastamento, sendo realizadas comparações com os valores considerados. Para o dimensionamento da viga considerou-se protensão limitada, com aderência inicial, e a utilização de armadura de protensão composta por cabos retos.

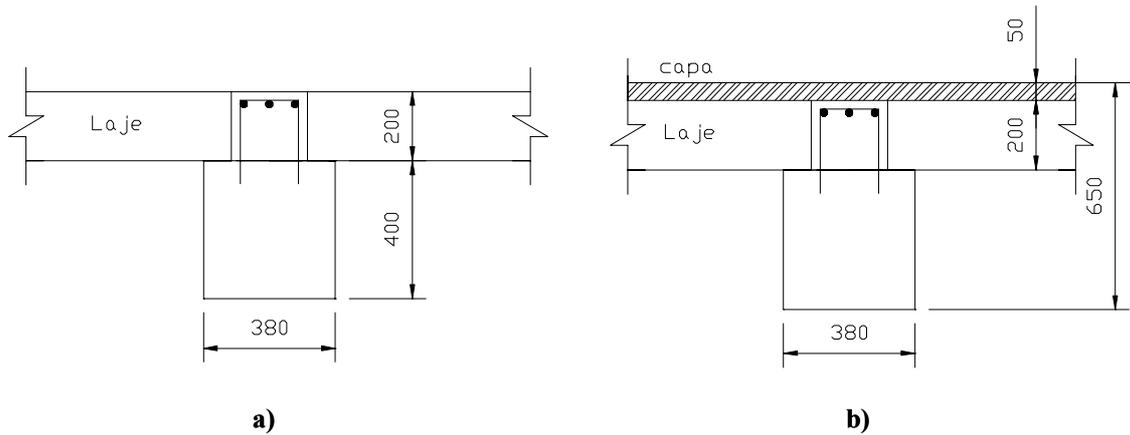


Figura 1: a) Situação em que a viga está bi-apoiada , b) situação em que a viga está bi-engastada.

### 1.1 Materiais

Para o dimensionamento da viga utilizou-se concreto com  $f_{ck} = 40$  MPa. Considerou-se que o concreto apresentou cerca de 60% de sua capacidade resistente na data de protensão. Utilizou-se aço de protensão correspondente ao CP190-RB com tensão correspondente a  $f_{ptk} = 1900$  MPa e  $f_{pyk} = 1710$  MPa .

Algumas características da seção de concreto no momento da protensão podem ser observadas na tabela 1.

Tabela 1 - Características considerando a seção transversal no momento da protensão.

b (m)	h (m)	Área (m <sup>2</sup> )	I(m <sup>4</sup> )	W <sub>i</sub> =W <sub>s</sub>
0,38	0,4	0,152	0,0020267	0,010133

onde:

b: largura da viga;

h: altura da viga;

I: momento de inércia da seção bruta;

W<sub>i</sub>:módulo de resistência à flexão na borda inferior da viga;

W<sub>s</sub>: módulo de resistência à flexão na borda superior da viga.

### 1.2 Determinação da Armadura de Protensão

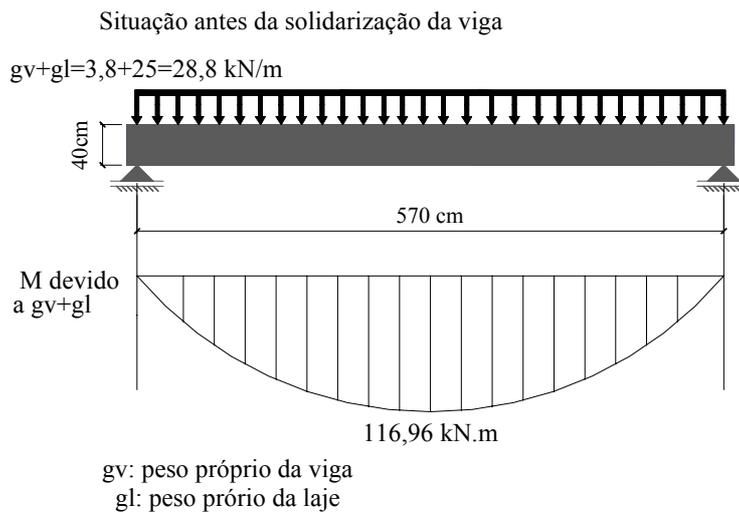
Segundo a NBR 6118:2003 em caso de pré-tração a tensão da armadura de protensão na saída do aparelho de tração deve respeitar os limites:

$$\sigma_{pi} \leq \begin{cases} 0,77 \cdot f_{ptk} \\ 0,85 \cdot f_{pyk} \end{cases} \quad (\text{para aços da classe RB}) \quad (1)$$

Sabendo-se que  $f_{ptk} = 1900 \text{ MPa}$   $f_{pyk} = 1710 \text{ MPa}$  , assim, tem-se:

$$\sigma_{pi} \leq \begin{cases} 0,77 \cdot 190 = 146,3 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \\ 0,85 \cdot 171 = 145,35 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \end{cases} \rightarrow \sigma_{pi} = 145,35 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Os diagramas dos momentos fletores, para cada situação, estão ilustrados nas figuras 2 e 3.



**Figura 2 : Viga bi-apoiada (primeira situação)**

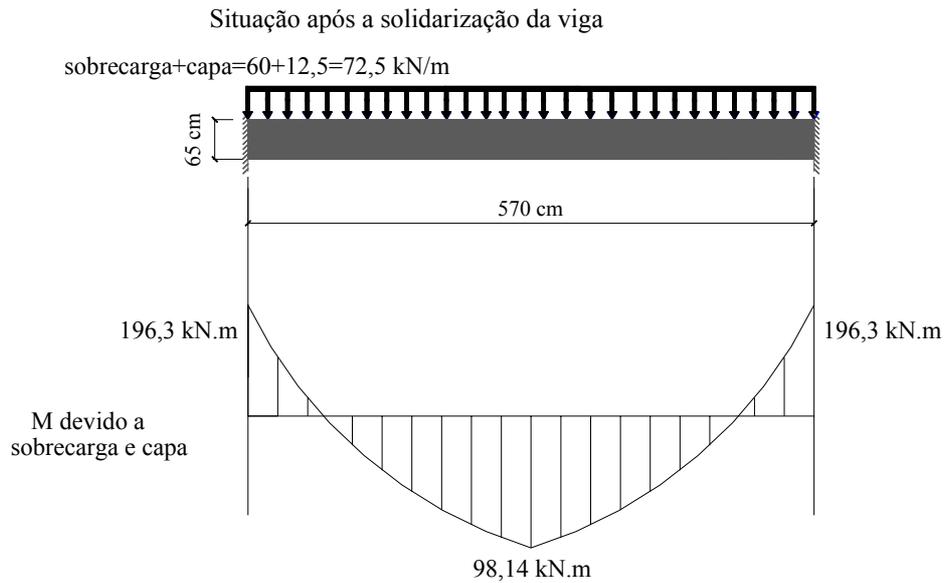


Figura 3: Viga bi-engastada (segunda situação)

Realizando-se a verificação de ruptura considerando o estado em vazio, verificou-se o limite para a tensão de ruptura do concreto equivalente a  $1,5.f_{ctm}$ , e conseqüentemente obteve-se um valor limite para a força de protensão ( $F_p$ ) equivalente a 640 kN. Nessa verificação de ruptura, considerou-se que o concreto adquiriu cerca de 60% de sua capacidade resistente.

✓ Na borda superior

Tensão de tração  $\leq 1,5.f_{ctm}$

$$-\frac{M_{gv}}{W_s} - \frac{F_p}{A} + \frac{F_p \cdot e_p}{W_s} \leq 1,5 \cdot f_{ctm} \quad (2)$$

$$-1522,75 - \frac{F_p}{0,152} + \frac{F_p \cdot 0,15}{0,010133} \leq 1,5 \cdot 2496$$

$$F_p \leq 640,40 \text{ kN}$$

Sendo:

$$f_{ctm} = 0,3 \cdot (f_{ck})^{\frac{2}{3}} \quad (3)$$

$$f_{ctm} = 0,3 \cdot (f_{ck})^{\frac{2}{3}} = 0,3 \cdot (0,640)^{\frac{2}{3}} = 2,496 \text{ MPa}$$

onde:

$f_{ctm}$  : resistência à tração média do concreto

Desse modo obteve-se uma área de armadura ativa dentro dos limites estabelecidos para evitar a ruptura da peça.

$$A_p \leq \frac{F_p}{\sigma_{pi}} \quad (4)$$

$$A_p \leq \frac{F_p}{\sigma_{pi}} = \frac{640}{145,35} \leq 4,4 \text{ cm}^2 \quad \rightarrow \quad 4 \phi 12,7 \text{ mm} \quad \rightarrow \quad A_p = 3,984 \text{ cm}^2 \quad \rightarrow \quad F_p = 573,84 \text{ kN}$$

onde:

$A_p$  : área de armadura ativa;

$\sigma_{pi}$  : tensão de protensão inicial;

$F_p$  : força de protensão devido a armadura ativa determinada.

### 1.3 Verificação e Determinação da Armadura Passiva Positiva

Para a verificação da necessidade de armadura passiva, determinou-se a deformação total da armadura ativa quando na situação final. O equilíbrio das forças na seção transversal pode ser observado na figura 4.

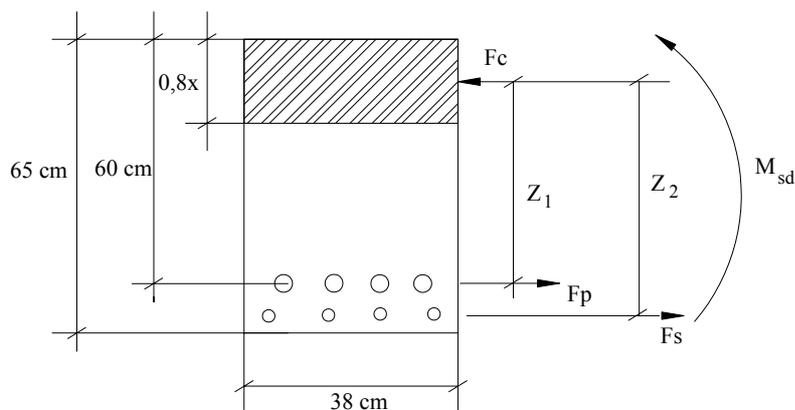


Figura 4: Seção transversal com a indicação das forças internas.

Como não há força externa, a força atuante no concreto ( $F_C$ ) deve ser igual a força atuante na armadura de protensão ( $F_p$ ). Assim:

$$M_{sd} = F_C \cdot z_1 \quad (5)$$

Como  $\rightarrow M_{sd} = (98,14 \cdot 1,8 + 116,96) \cdot 1,4 = 411,06 \text{ kN.m} \rightarrow$  temos:

$$M_{sd} = F_C \cdot z_1 \rightarrow 411,06 = f_{cd} \cdot 0,8x \cdot 0,38 \cdot (0,6 - 0,4x) \rightarrow x = 8,3\text{cm} \rightarrow \text{domínio II } \varepsilon_s = 10^\circ / \infty$$

onde:

$\varepsilon_s$  : deformação da armadura;

$x$  : posição da linha neutra.

Considerando 20% de perdas a tensão de protensão ( $\sigma_p$ ) será:

$$\sigma_p = 145,3 \cdot 0,8 = 116,24 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Com a tensão de protensão correspondente a 1162 MPa , determinou-se o pré-alongamento da armadura ativa, denominado como  $\varepsilon_p$  , através da tabela 2.

**Tabela 2: Tensão no aço  $\sigma_{sd}$  (MPa) [VASCONCELOS (1980)].**

$\varepsilon(\%)$	<b>5,25</b>	<b>6,794</b>	<b>7,438</b>	<b>8,167</b>	<b>9,000</b>	<b>9,962</b>	<b>10,00</b>	<b>12,50</b>	<b>15,00</b>	<b>17,5</b>
<b>CP175</b>	1025	1264	1316	1344	1365	1368	1368	1378	1388	1397
<b>CP190</b>	1025	1314	1411	1459	1482	1486	1486	1496	1507	1517
$\varepsilon(\%)$	<b>20,00</b>	<b>22,50</b>	<b>25,00</b>	<b>27,5</b>	<b>30,00</b>	<b>32,50</b>	<b>35,00</b>	<b>37,50</b>	<b>40,00</b>	
<b>CP175</b>	1407	1416	1426	1436	1445	1455	1464	1474	1484	
<b>CP190</b>	1527	1538	1548	1559	1569	1579	1590	1600	1611	

Assim, determinou-se que  $\varepsilon_p = 6,0^\circ / \infty$  . Com isso, tem-se:

$$\varepsilon_t = \varepsilon_p + \varepsilon_s = 6,0 + 10 = 16^\circ / \infty \rightarrow \text{através da tabela } \sigma_{sd} = 151,1 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Determinou-se o momento resistido pela armadura ativa ( $M_p$ ) com  $z_1 = 0,56$  .

$$M_p = F_p \cdot z_1 = A_p \cdot \sigma_{sd} \cdot z_1 \quad (6)$$

$$M_p = F_p \cdot z_1 = A_p \cdot \sigma_{sd} \cdot z_1 = 3,948 \cdot 151,1 \cdot 0,56 = 330,0 \text{ kN.m}$$

Como apenas a armadura ativa não é capaz de resistir ao momento solicitante de cálculo ( $M_{sd} = 411,06 \text{ kN.m}$ ), observou-se a necessidade de armadura passiva ( $A_{s,v\grave{a}o}$ ), considerando  $z_2 = (0,62 - 0,4.x)$  e sendo obtida da seguinte maneira:

$$M_{sd} = F_p \cdot z_1 + F_s \cdot z_2 = A_p \cdot \sigma_{sd} \cdot z_1 + A_{s,v\grave{a}o} \cdot f_{yd} \cdot z_2 \quad (7)$$

$$A_{s,v\grave{a}o} = \frac{411,06 - 3,9 \cdot 151,1 \cdot 0,56}{43,48 \cdot 0,59} = 2,8 \text{ cm}^2 \rightarrow 4\phi 10\text{mm} \rightarrow A_{s,v\grave{a}o} = 3,2 \text{ cm}^2$$

#### 1.4 Verificações em Serviço

As verificações em serviço corresponderam a verificação do estado limite de descompressão (considerando combinação quase-permanente), e o estado limite de formação de fissuras (considerando combinação freqüente). A verificação do estado limite de descompressão foi realizada através da verificação da existência de compressão na armadura ativa quando a viga se encontrou na segunda situação. No estado limite de formação de fissuras foi verificado se a tensão de tração na borda mais solicitada não ultrapassou o valor limite equivalente a  $1,5 \cdot f_{ctm}$  sendo:

$$f_{ctm} = 0,3 \cdot (f_{ck})^{\frac{2}{3}} = 0,3 \cdot (40)^{\frac{2}{3}} = 3,508 \text{ MPa}$$

Para a realização das verificações em serviço, foram determinados os parâmetros indicados na tabela 3.

**Tabela 3 - Características considerando a seção transversal com a armadura solidarizada.**

b (m)	h (m)	Área (m <sup>2</sup> )	I(m <sup>4</sup> )	y (m)	W <sub>i</sub> =W <sub>s</sub> (m <sup>3</sup> )
0,38	0,65	0,247	0,008696458	0,325	0,026757

- Estado Limite de Descompressão

$$F_p = A_p \cdot \sigma_{sd} = 151,1 \cdot 3,948 = 596,54 \text{ kN}$$

$$M_{gl} = \frac{(g_v + g_l) \cdot L^2}{8} = \frac{(3,8 + 25) \cdot 5,7^2}{8} = 116,96 \text{ kN.m}$$

$$M_{g2} = \frac{g_{\text{capa}} \cdot L^2}{24} = \frac{12,5 \cdot 5,7^2}{24} = 16,92 \text{ kN.m}$$

$$M_q = \frac{q_{\text{sobrecarga}} \cdot L^2}{24} = \frac{60 \cdot 5,7^2}{24} = 81,225 \text{ kN.m}$$

onde:

$M_{g1}$  : momento devido ao peso próprio da viga e da laje;

$M_{g2}$  : momento devido a capa de concreto;

$M_q$  : momento devido a sobrecarga.

### Borda Inferior

Considerando tração positiva e combinação quase permanente.

$$+ \frac{M_{g1}}{W_i} + \frac{M_{g2}}{W_i} + \frac{M_q \cdot \psi_2}{W_i} - \frac{F_p}{A} - \frac{F_p \cdot e_p}{W_i} \leq 0 \quad (8)$$

$$+ \frac{116,96}{0,010133} + \frac{16,92}{0,010133} + \frac{81,225 \cdot 0,4}{0,026757} - \frac{596,54}{0,152} - \frac{596,54 \cdot 0,275}{0,010133} \leq 0$$

$$- 5687,6 \leq 0 \rightarrow \text{Haverá tensão de compressão em serviço}$$

- Estado Limite de Formação de Fissuras

### Borda Superior

Considerando tração positiva e combinação freqüente.

$$- \frac{M_{g1}}{W_s} - \frac{M_{g2}}{W_s} - \frac{M_q \cdot \psi_1}{W_s} - \frac{F_p}{A} + \frac{F_p \cdot e_p}{W_s} \geq -0,7 \cdot f_{ck} \quad (9)$$

$$- \frac{116,96}{0,010133} - \frac{16,92}{0,010133} - \frac{81,225 \cdot 0,6}{0,026757} - \frac{596,54}{0,152} + \frac{596,54 \cdot 0,275}{0,010133} \geq -0,7 \cdot 40000$$

$$2768,7 \geq -28000 \rightarrow \text{Não haverão tensões de compressão excessiva}$$

### Borda Inferior

Considerando tração positiva e combinação freqüente

$$+ \frac{M_{g1}}{W_s} + \frac{M_{g2}}{W_s} + \frac{M_q \cdot \psi_1}{W_s} - \frac{F_p}{A} - \frac{F_p \cdot e_p}{W_s} \geq -1,5 \cdot f_{ctm} \quad (10)$$

$$+ \frac{116,96}{0,010133} + \frac{16,92}{0,010133} + \frac{81,225 \cdot 0,6}{0,026757} - \frac{596,54}{0,152} - \frac{596,54 \cdot 0,275}{0,010133} \geq -1,5 \cdot 3508$$

$$5080,5 \geq -5262 \rightarrow \text{Tensão de compressão superior a de tração}$$

onde:

$\psi_1$  : fator de redução de combinação freqüente para E.L.S;

$\psi_2$  : fator de redução de combinação quase permanente para E.L.S.

### 1.5 Determinação do Momento de Fissuração para a Viga Protendida

Após as verificações, determinou-se o momento de fissuração ( $M_r$ ) da viga em estudo.

$$M_r = \frac{I}{y} \cdot \left( f_{ct} \cdot \alpha + \frac{N \cdot e_p}{I} \cdot y + \frac{N}{A} \right) \quad (11)$$

$$M_r = \frac{0,008696}{0,325} \cdot \left( 2456 \cdot 1,5 + \frac{459,07 \cdot 0,275}{0,008696} \cdot 0,325 + \frac{459,07}{0,247} \right) = 274,56 \text{ kN.m}$$

sendo  $N = \sigma_{pi} \cdot 0,8 \cdot A_p = 145,35 \cdot 0,8 \cdot 3,948 = 116,28 \cdot 3,948 = 459,07 \text{ kN}$

onde:

I : momento de inércia da seção bruta;

$f_{ct}$  : resistência à tração direta do concreto, correspondente a  $f_{ctk,inf} = 0,7 \cdot f_{ctm}$  ;

N : força de protensão considerando 20% de perdas e estado limite de serviço;

$e_p$  : excentricidade da armadura ativa;

A : área da seção transversal;

y : distância do centro de gravidade da seção a fibra mais tracionada;

$\alpha$  : fator que relaciona aproximadamente a resistência à tração na flexão com a resistência à tração direta, equivalente a 1,5 para seções retangulares.

### 1.6 Determinação da Armadura Negativa Necessária

Como já mencionado, para a determinação da armadura negativa, considerou-se uma redução de 25% no momento de engastamento perfeito ilustrado na figura. Assim tem-se:

$$M_{extr} = 196,3 \cdot 0,75 = 147,22 \text{ kN.m}$$

Com o valor do momento negativo de projeto corrigido, determinou-se a armadura negativa necessária na ligação viga-pilar, considerando o Estado Limite Último (E.L.U). De acordo com CARVALHO e FIGUEIREDO (2005), determinou-se o valor de KMD da seguinte maneira:

$$KMD = \frac{M_{sd}}{b_w \cdot d^2 \cdot f_{cd}} \quad (12)$$

$$KMD = \frac{M_{sd}}{b_w \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{1,4.147,22}{0,38.0,62^2 \cdot \frac{40000}{1,4}} = 0,04938 \rightarrow KZ = 0,9697$$

Com o valor de KMD, e através da tabela 3.1 de CARVALHO e FIGUEIREDO (2005), obteve-se o valor de KZ, que permitiu a determinação da armadura negativa necessária da seguinte maneira:

$$A_s = \frac{M_{sd}}{KZ \cdot d \cdot f_s} \quad (13)$$

$$A_s = \frac{M_{sd}}{KZ \cdot d \cdot f_s} = \frac{1,4.147,22}{0,9697 \cdot 0,62 \cdot \frac{50}{1,15}} = 7,88 \text{ cm}^2 \rightarrow 3\phi 20 \text{ mm} \rightarrow A_s = 9,42 \text{ cm}^2$$

### 1.7 Determinação do Momento de Fissuração para a Região da Ligação

Determinou-se o momento de fissuração considerando a região da ligação entre a viga e o pilar:

$$M_R = \frac{\alpha \cdot f_{ct} \cdot I}{y} \quad (14)$$

$$M_R = \frac{\alpha \cdot f_{ct} \cdot I}{y} = \frac{1,5 \cdot 2456 \cdot 10^{-4} \cdot 8,696 \cdot 10^5}{32,5} = 9857,77 \text{ kN.cm} = 98,58 \text{ kN.m}$$

### 1.8 Determinação do Fator de Restrição ( $\alpha_R$ ) e da Porcentagem de Engastamento

Considerando E.L.U

Alguns parâmetros considerando a região da ligação estão ilustrados na tabela 4.

**Tabela 4 – Parâmetros determinados considerando a região da extremidade da viga para E.L.U e considerando fator de restrição a rotação de 0,5 .**

$M_r$ (kN.m)	$M_a$ (kN.m)	$M_{serv,extr}$ (kN.m)	$A_s$ (cm <sup>2</sup> )	$A_h$ (cm <sup>2</sup> )	$E_c$ (kN/mm <sup>2</sup> )	$\alpha_e$	$l_p$ (mm)
98,58	164,89	117,78	9,42	2516,43	35	6,0	725
$I_I$ (mm <sup>4</sup> )	$x_I$ (mm)	$I_{II}$ (mm <sup>4</sup> )	$x_{II}$ (mm)	$f_{yk}$ (N/mm <sup>2</sup> )	$E_s$ (kN/mm <sup>2</sup> )	$d$ (mm)	$l_e$ (mm)
$9,04 \cdot 10^9$	330,07	$1,50 \cdot 10^9$	121,1	500	210	602	450

onde:

$M_a$ : momento atuante na extremidade da viga considerando  $\alpha_R = 0,5$  que corresponde a 60% de engastamento;

$M_{serv,extr}$ : momento de serviço na extremidade da viga considerando  $\alpha_R = 0,5$ ;

$A_s$ : área de armadura negativa;

$A_h$ : área da seção homogeneizada;

$E_c$ : módulo de elasticidade de concreto;

$\alpha_e$ : relação entre os módulos de deformação longitudinal do aço e do concreto;

$l_p$ : comprimento da região da ligação;

$l_e$ : comprimento de embutimento dentro do pilar;

$I_I$ : momento de inércia no estádio I;

$I_{II}$ : momento de inércia no estádio II;

$x_I$ : posição da linha neutra no estádio I;

$x_{II}$ : posição da linha neutra no estádio II;

$f_{yk}$ : tensão de escoamento do aço;

$E_s$ : módulo de elasticidade do aço;

$d$ : altura útil da viga.

Com tais parâmetros foi possível determinar a rigidez secante da ligação ( $R_{sec}$ ) e do momento de inércia equivalente da extremidade ( $I_{eq,extr}$ ), da seguinte forma:

$$R_{sec} = \left[ \frac{I_e}{0,9.E_s.A_s.d^2} + \frac{I_p}{E_{cs}.I_{II}} \right]^{-1}$$

$$R_{sec} = \left[ \frac{450}{0,9.210.9,42.10^2.602^2} + \frac{725}{0,85.35.417.1,5059.10^9} \right]^{-1} = 4,34.10^7 \frac{\text{kN.mm}}{\text{rad}}$$

$$I_{eq,extr} = \left( \frac{M_R}{M_a} \right)^3 . I_I + \left[ 1 - \left( \frac{M_R}{M_a} \right)^3 \right] . I_{II}$$

$$I_{eq,extr} = \left( \frac{98,58}{164,89} \right)^3 . 9,04.10^9 + \left[ 1 - \left( \frac{98,58}{164,89} \right)^3 \right] . 1,50.10^9 = 3,1.10^9 \text{ mm}^4$$

Também determinou-se alguns parâmetros considerando a região do meio do vão, como ilustrado na tabela 5.

**Tabela 5 – Parâmetros determinados considerando a região do meio do vão da viga para E.L.U e considerando fator de restrição a rotação de 0,5.**

$M_r$ (kN.m)	$M_a$ (kN.m)	$M_{serv,v\tilde{a}o}$ (kN.m)	$A_p$ (cm <sup>2</sup> )	$A_{S,v\tilde{a}o}$ (cm <sup>2</sup> )	$A_h$ (cm <sup>2</sup> )	$E_c$ (kN/mm <sup>2</sup> )	$\alpha_e$	$I_e$ (mm)	$I_p$ (mm)
274,56	411,06	293,61	3,948	3,2	2504,12	35	5,65	450	725

$I_I$ (mm <sup>4</sup> )	$x_I$ (mm)	$I_{II}$ (mm <sup>4</sup> )	$x_{II}$ (mm)	$f_{yk}$ (N/mm <sup>2</sup> )	$E_{sp}$ (kN/mm <sup>2</sup> )	$E_s$ (kN/mm <sup>2</sup> )	$d_p$ (mm)	$d_s$ (mm)
$8,97.10^9$	328,9	$1,20.10^9$	104,7	500	200	210	600	602

onde:

$d_p$  : altura útil considerando a armadura ativa positiva;

$d_s$  : altura útil considerando a armadura passiva positiva.

Determinou-se o valor do momento de inércia equivalente do vão ( $I_{eq,v\tilde{a}o}$ ), da seguinte forma:

$$I_{eq,v\tilde{a}o} = \left( \frac{M_R}{M_a} \right)^3 . I_I + \left[ 1 - \left( \frac{M_R}{M_a} \right)^3 \right] . I_{II}$$

$$I_{eq,v\tilde{a}o} = \left( \frac{274,56}{411,06} \right)^3 . 8,97.10^9 + \left[ 1 - \left( \frac{274,56}{411,06} \right)^3 \right] . 1,20.10^9 = 3,51.10^9 \text{ mm}^4$$

Com a determinação de  $I_{eq,extr}$  e  $I_{eq,v\tilde{a}o}$  determinou-se o momento de inércia equivalente da viga ( $I_{eq,viga}$ ) da seguinte maneira:

$$I_{eq,viga} = 0,3.I_{eq,extr} + 0,7.I_{eq,v\tilde{a}o} = 0,3.3,1.10^9 + 0,7.3,51.10^9 = 3,39.10^9 \text{ mm}^4$$

Dessa forma, foi possível a determinação do fator de restrição  $\alpha_R$  da seguinte maneira:

$$\alpha_R = \left[ 1 + \frac{3.(E.I)_{sec}}{R_{sec} L} \right]^{-1} = \left[ 1 + \frac{3.35,417.3,39.10^9}{4,34.10^7 .5,7.10^3} \right]^{-1} = 0,40$$

Através do fator de restrição determinou-se a porcentagem de engastamento da seguinte maneira:

$$\frac{M_{extr}}{M_{Eng}} = \frac{3.\alpha_R}{2 + \alpha_R} = \frac{3.0,40}{2 + 0,40} = 50\%$$

Para a determinação das armaduras positivas, estimou-se o fator de restrição  $\alpha_R$  como sendo igual a 0,5, o que correspondeu a um aumento de 80% no momento no meio do vão e uma redução de 40% do momento na extremidade da viga. Após o dimensionamento da viga, obteve-se o valor do fator de restrição correspondente a 0,40 que se apresentou diferente do valor estimado, indicando que no ELU o momento no meio do vão foi maior que o estimado e, portanto, foi necessária uma área de armadura maior do que a calculada. Dessa forma, realizaram-se os cálculos novamente da mesma maneira que descrito, considerando o fator de restrição correspondente a 0,4. Entretanto para a determinação da armadura negativa foi mantida a redução de 25% no momento de engastamento com o intuito de manter a ligação com elevada resistência mesmo para situação de serviço.

Assim, obtiveram-se os parâmetros indicados na tabela 6 e posteriormente da tabela 7.

**Tabela 6 – Parâmetros determinados considerando a região do meio do vão da viga para E.L.U e considerando fator de restrição a rotação de 0,4.**

$M_r$ (kN.m)	$M_a$ (kN.m)	$M_{serv,v\tilde{a}o}$ (kN.m)	$A_p$ (cm <sup>2</sup> )	$A_{S,v\tilde{a}o}$ (cm <sup>2</sup> )	$A_h$ (cm <sup>2</sup> )	$E_c$ (kN/mm <sup>2</sup> )	$\alpha_e$	$l_e$ (mm)	$l_p$ (mm)
274,56	438,54	313,24	3,948	4,0	2508,06	35	5,65	450	725
$x_I$ (mm)	$I_I$ (mm <sup>4</sup> )	$I_{II}$ (mm <sup>4</sup> )	$I_{eq,v\tilde{a}o}$ (mm <sup>4</sup> )	$x_{II}$ (mm)	$f_{yk}$ (N/mm <sup>2</sup> )	$E_s$ (kN/mm <sup>2</sup> )	$d_p$ (mm)	$d_s$ (mm)	
329,33	9,0.10 <sup>9</sup>	1,32.10 <sup>9</sup>	3,2.10 <sup>9</sup>	110,1	500	200	600	602	

Tabela 7– Parâmetros determinados considerando a região da extremidade da viga para E.L.U, e considerando fator de restrição a rotação de 0,4.

$M_r$ (kN.m)	$M_a$ (kN.m)	$M_{serv,extr}$ (kN.m)	$A_s$ (cm <sup>2</sup> )	$A_h$ (cm <sup>2</sup> )	$E_c$ (kN/mm <sup>2</sup> )	$\alpha_e$	$I_c$ (mm)	$I_p$ (mm)
98,58	137,41	98,15	9,42	2516,43	35	6,0	450	725

$I_I$ (mm <sup>4</sup> )	$x_I$ (mm)	$I_{II}$ (mm <sup>4</sup> )	$x_{II}$ (mm)	$I_{eq,extr}$ (mm <sup>4</sup> )	$f_{yk}$ (N/mm <sup>2</sup> )	$E_s$ (kN/mm <sup>2</sup> )	$d$ (mm)	$R_{sec}$ (kN.mm/rad)
$9,04 \cdot 10^9$	330,44	$1,50 \cdot 10^9$	121,1	$4,29 \cdot 10^9$	500	210	602	$4,34 \cdot 10^7$

$$I_{eq,viga} = 0,3 \cdot I_{eq,extr} + 0,7 \cdot I_{eq,v\tilde{a}o} = 0,3 \cdot 4,29 \cdot 10^9 + 0,7 \cdot 3,20 \cdot 10^9 = 3,53 \cdot 10^9 \text{ mm}^4$$

$$\alpha_R = \left[ 1 + \frac{3 \cdot (E \cdot I)_{sec}}{R_{sec} \cdot L} \right]^{-1} = \left[ 1 + \frac{3 \cdot 35 \cdot 417 \cdot 3,53 \cdot 10^9}{4,34 \cdot 10^7 \cdot 5,7 \cdot 10^3} \right]^{-1} = 0,40$$

$$\frac{M_{extr}}{M_{Eng}} = \frac{3 \cdot \alpha_R}{2 + \alpha_R} = \frac{3 \cdot 0,40}{2 + 0,40} = 50\%$$

onde:

$M_{serv,v\tilde{a}o}$  : momento de serviço no vão da viga considerando  $\alpha_R = 0,4$  que corresponde a 50%

de engastamento;

$A_p$  : área de armadura protendida;

$A_{S,v\tilde{a}o}$  : área de armadura passiva positiva;

$I_{eq,v\tilde{a}o}$  : momento de inércia equivalente do vão;

$I_{eq,viga}$  : momento de inércia equivalente da viga;

$M_{extr}$  : momento na extremidade a viga;

$M_{Eng}$  : momento de engastamento perfeito;

$\alpha_R$  : fator de restrição à rotação.

Desse modo, considerando um fator de restrição à rotação de 0,4 foi obtida uma porcentagem de engastamento de 50%, que gerou um momento positivo correspondente ao dobro do momento no meio do vão para a mesma viga bi-engastada e um momento negativo correspondente a metade do momento na extremidade de uma viga bi-engastada. Assim, determinou-se novamente o fator de restrição a rotação obtendo um valor correspondente a 0,4, justamente o valor admitido para a realização dos cálculos. Empregou-se esse método,

estimando uma porcentagem de engastamento com o intuito de diminuir os cálculos até a estabilização dos resultados.

### 1.9 Determinação do Fator de Restrição ( $\alpha_R$ ) e da Porcentagem de Engastamento Considerando Situação de Serviço

Realizou-se a determinação da porcentagem de engastamento considerando situação de serviço, com o intuito de verificar se a porcentagem de engastamento adotado para a diminuição do momento de engastamento perfeito (na extremidade) empregado no cálculo da armadura negativa, pode ser utilizada sem que a ligação sofra tensões superiores a capacidade da área de armadura empregada. Se a porcentagem de engastamento determinada em serviço, corresponder a um valor superior ao considerado (75%), a área de armadura utilizada, não será capaz de resistir ao momento de serviço atuante na ligação.

Determinou-se o momento de inércia equivalente na extremidade da viga considerando situação de serviço e  $\alpha_R = 0,4$ , correspondendo a uma porcentagem de engastamento de 50%.

Como o momento de serviço atuante na extremidade  $M_a$  é inferior ao momento de fissuração  $M_r \rightarrow M_a = 196,3 \cdot 0,5 = 98,15 \text{ kN.m} < M_r = 98,58 \text{ kN.m}$  o momento de inércia equivalente da extremidade correspondeu ao momento de inércia no estágio I.

$$I_{eq,extr} = I_I = 9,04 \cdot 10^9 \text{ mm}^4$$

Determinou-se alguns parâmetros necessários ao cálculo da rotação  $\phi_{serv}$ , que estão ilustrados na tabela 8.

Tabela 8 – Parâmetros necessários a determinação da rotação  $\phi_{serv}$ , considerando a extremidade da viga.

$\sigma_s$ (kN/mm)	$M_{serv,extr}$ (kN.m)	$M_y$ (kN.mm)	$E_c$ (kN/mm <sup>2</sup> )	$E_s$ (kN/mm <sup>2</sup> )	$d$ (mm)
0,1947	98,15	$2,55 \cdot 10^5$	35	210	602

$x_I$ (mm)	$x_{II}$ (mm)	$I_{eq,extr}$ (mm <sup>4</sup> )	$I_p$ (mm)	$I_e$ (mm)	$z_{eq}$ (mm)
330,44	121,1	$9,04 \cdot 10^9$	725	450	535,13

Determinou-se a rotação em serviço ( $\phi_{serv}$ ) correspondente ao momento de serviço ( $M_{serv,extr}$ ).

$$z_{eq} = d - \frac{1}{3} \cdot \left\{ x_{I.} \left[ 1 - \left( \frac{M}{M_y} \right)^{0,5} \right] + x_{II.} \cdot \left( \frac{M}{M_y} \right)^{0,5} \right\}$$

$$z_{eq} = 602 - \frac{1}{3} \cdot \left\{ 330,44 \cdot \left[ 1 - \left( \frac{98,15 \cdot 10^3}{2,55187 \cdot 10^5} \right)^{0,5} \right] + 121,1 \cdot \left( \frac{98,15 \cdot 10^3}{2,55187 \cdot 10^5} \right)^{0,5} \right\} = 535,13 \text{ mm}$$

$$\sigma_s = \frac{M}{A_s \cdot z_{eq}} = \frac{98,15 \cdot 10^3}{9,42 \cdot 10^2 \cdot 535,13} = 0,1947 \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

$$\phi_{serv} = \left[ \left( \frac{M_{serv,extr}}{E_c \cdot I_{eq,extr}} \right) \cdot I_p + \left( \frac{\sigma_s}{E_s \cdot d} \right) \cdot I_e \right] \cdot \left( \frac{M_{serv,extr}}{M_y} \right)^{0,5}$$

$$\phi_{serv} = \left[ \frac{98,15 \cdot 10^3}{35,4175 \cdot 9,04 \cdot 10^9} \cdot 725 + \frac{0,1947}{210 \cdot 602} \cdot 450 \right] \cdot \left( \frac{98,15 \cdot 10^3}{2,55187 \cdot 10^5} \right)^{0,5} = 0,5676 \cdot 10^{-3} \text{ rad}$$

$$R = \frac{M_{serv,extr}}{\phi_{serv}} = \frac{98,15}{0,5676 \cdot 10^{-3}} = 1,729 \cdot 10^5 \frac{\text{kN.m}}{\text{rad}}$$

onde:

$\phi_{serv}$  : rotação da ligação em serviço;

$\sigma_s$  : tensão de compressão no aço;

$M_y$  : momento de plastificação da ligação;

$z_{eq}$  : z intermediário entre o estádio I e II.

Também foi determinado o momento de inércia equivalente do vão da viga, indicado na tabela 9.

**Tabela 9– Parâmetros necessários para a determinação do momento de inércia equivalente da viga considerando situação de serviço e a região do vão da viga.**

$M_r$ (kN.m)	$M_a$ (kN.m)	$I_I$ (mm <sup>4</sup> )	$I_{II}$ (mm <sup>4</sup> )	$I_{eq,vão}$ (mm <sup>4</sup> )
274,56	313,24	9,0.10 <sup>9</sup>	1,32.10 <sup>9</sup>	6,49.10 <sup>9</sup>

$$I_{eq,viga} = 0,3 \cdot I_{eq,extr} + 0,7 \cdot I_{eq,vão} = 0,3 \cdot 9,04 \cdot 10^9 + 0,7 \cdot 6,49 \cdot 10^9 = 7,26 \cdot 10^9 \text{ mm}^4$$

$$\alpha_R = \left[ 1 + \frac{3 \cdot E_c \cdot I_{eq,viga}}{R \cdot L} \right]^{-1} = \left[ 1 + \frac{3 \cdot 35,4175 \cdot 7,26 \cdot 10^9}{1,729 \cdot 10^8 \cdot 5,7 \cdot 10^3} \right]^{-1} = 0,56$$

$$\frac{M_{\text{extr}}}{M_{\text{Eng}}} = \frac{3 \cdot \alpha_R}{2 + \alpha_R} = \frac{3 \cdot 0,56}{2 + 0,56} = 66\%$$

Com os resultados obtidos, considerando situação de serviço, pode-se observar que a porcentagem de engastamento resultou em um valor inferior ao adotado para o cálculo da armadura negativa, ou seja, a armadura negativa utilizada pode ter uma área inferior a calculada, uma vez que apenas 66% do momento de engastamento será mobilizado pela ligação.

Através dos resultados obtidos, pode-se notar que no ELS, a ligação apresenta um fator de restrição e conseqüentemente uma porcentagem de engastamento superior quando comparado ao ELU, sendo possível observar a diminuição da rigidez tanto da viga como da ligação (comparando os ELS e ELU). Notou-se que no ELU a ligação foi capaz de transmitir menor momento fletor quando comparado com o ELS. Dessa forma, o dimensionamento da armadura negativa presente na ligação, deve ser realizado de forma a garantir a segurança da ligação no ELS (correspondente ao Estado Limite mais crítico para essa situação).

Da mesma maneira, o momento fletor no meio do vão apresentou maior valor no ELU quando comparado com o ELS. Assim, a armadura positiva deve ser dimensionada considerando o ELU.

### 1.10 Determinação da Flecha (f)

Determinou-se a flecha da viga protendida considerando a presença das ligações rígidas, articuladas e semi-rígidas, com o intuito de realizar posteriormente uma comparação entre as mesmas. Para a determinação das flechas foram considerados valores referentes a situação de serviço.

Considerando ligação rígida

$$p = g_v + g_l + q_{\text{sobrecarga}} + g_{\text{capa}} = 3,8 + 25,0 + 60,0 + 12,5 = 101,3 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$f = \frac{p \cdot L^4}{384 \cdot E_c \cdot I} \tag{15}$$

$$f = \frac{p \cdot L^4}{384 \cdot E_c \cdot I} = \frac{101,3 \cdot 10^{-3} \cdot (5,7 \cdot 10^3)^4}{384 \cdot 35,4175 \cdot 7,26 \cdot 10^9} = 1,08 \text{ mm}$$

Considerando ligação articulada

$$f = \frac{5.p.L^4}{384.E_c.I} \quad (16)$$

$$f = \frac{5.p.L^4}{384.E_c.I} = \frac{5.101,3.10^{-3} \cdot (5,7.10^3)^4}{384.35,4175.7,26.10^9} = 5,41 \text{ mm}$$

Considerando o efeito da ligação semi-rígida.

$$p_1 = g_v + g_l = 3,8 + 25,0 = 28,8 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$p_2 = q_{\text{sobrecarga}} + g_{\text{capa}} = 60,0 + 12,5 = 72,5 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

onde:

$p_1$  : carregamento devido ao peso próprio da viga e da laje;

$p_2$  : carregamento devido a capa e a sobrecarga.

$$f = \frac{5.L^4}{384.E_c.I} \left[ p_1 + p_2 \cdot \left( \frac{2 - 1,4 \cdot \alpha_R}{2 + \alpha_R} \right) \right] \quad (17)$$

$$f = \frac{5 \cdot (5,7.10^3)^4}{384.35,4175.7,26.10^9} \left[ 28,8.10^{-3} + 72,5.10^{-3} \cdot \left( \frac{2 - 1,4 \cdot 0,56}{2 + 0,56} \right) \right] = 3,38 \text{ mm}$$

Através da determinação das flechas para os diversos tipos de ligações, observou-se que a viga com ligações semi-rígidas apresentou um comportamento intermediário ao da viga com ligações articuladas e semi-rígidas. Não somente em relação aos valores dos momentos fletores na extremidade e no meio do vão, mas também com relação aos valores de flecha.